

**UNIVERSITÉ NATIONALE DU VIETNAM À HANOI  
ÉCOLE DES SCIENCES NATURELLES  
FACULTÉ DE PHYSIQUE**

**NGUYEN VIET PHUONG**

**UN MODÈLE SIMPLE DU  
DÉVELOPPEMENT LONGITUDINAL  
DES GERBES ÉLECTROMAGNÉTIQUES**

**MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES UNIVERSITAIRES**

**Promotion : 2002-2006  
Spécialité : Physique**

**Hanoi, Juin 2006**

**UNIVERSITÉ NATIONALE DU VIETNAM À HANOI**  
**ÉCOLE DES SCIENCES NATURELLES**  
**FACULTÉ DE PHYSIQUE**  
-----o0o-----

**MÉMOIRE**  
**DE FIN D'ÉTUDES UNIVERSITAIRES**

Promotion : 2002-2006  
Spécialité : Physique

**UN MODÈLE SIMPLE DU**  
**DÉVELOPPEMENT LONGITUDINAL**  
**DES GERBES ÉLECTROMAGNÉTIQUES**

**Étudiant : NGUYEN VIET PHUONG**

**Tuteur : Prof. PIERRE DARRIULAT**

Soutenu le 9 Juin 2006  
Devant le Jury formé de :

**Prof. Philippe QUENTIN**  
**Asso. Prof. PHAM Quoc Hung**  
**Asso. Prof. NGUYEN The Binh**  
**Dr. NGUYEN Mau Chung**  
**Dr. HA Thuy Long**

Université Bordeaux I  
École des Sciences Naturelles, Hanoi  
École des Sciences Naturelles, Hanoi  
École des Sciences Naturelles, Hanoi  
École des Sciences Naturelles, Hanoi

Président  
Membre  
Membre  
Rapporteur  
Membre

## REMERCIEMENTS

Je voudrais tout d'abord exprimer mes remerciements les plus sincères à mon tuteur, Professeur Pierre DARRIULAT, qui m'a beaucoup aidé non seulement dans mon travail mais aussi en me communiquant son amour pour la physique et pour le travail bien fait.

J'aimerais exprimer ma reconnaissance aux membres du laboratoire VATLY, ainsi que l'Institut des Science et Technologie Nucléaires où j'ai fait mon travail, pour leur aide et leurs précieux encouragements.

Je voudrais remercier le Professeur PHAM Quoc Hung, responsable de la Filière de Physique Corpusculaire et Applications-AUF, pour son soutien et pour nous avoir donné des renseignements utiles à la rédaction de nos mémoires. Je remercie également tous les enseignants du Département de Physique Nucléaire, Faculté de Physique, Ecole des Sciences Naturelles, Université Nationale du Vietnam à Hanoi qui m'ont procuré les conditions de travail qui m'ont permis de réaliser ce mémoire.

Je remercie le jury et particulièrement le Docteur NGUYEN Mau Chung, rapporteur de cette étude, pour leur attention et leur intérêt pour mon travail.

Enfin, je désire remercier ma famille et mes amis qui m'ont apporté leur soutien incessant pendant toute la durée de ce travail.

NGUYEN Viet Phuong.

# Table des matières

<b>RESUME</b> .....	1
<b>CHAPITRE 1 : Introduction</b> .....	2
1.1. <i>Généralités sur les gerbes</i> .....	2
1.2. <i>Gerbes électromagnétiques</i> .....	8
<b>CHAPITRE 2 : Etude du profil longitudinal par la méthode de Monte Carlo</b> ....	13
2.1. <i>Détails de la simulation</i> .....	13
2.2. <i>Etude des gerbes produites par des électrons de 30 GeV dans le fer</i> .....	15
2.3. <i>Dépendance des paramètres sur l'énergie</i> .....	24
<b>CONCLUSION</b> .....	30
<b>APPENDICES</b> .....	31
<i>Appendice A</i> .....	31
<i>Appendice B</i> .....	37
<i>Appendice C</i> .....	39
<b>REFERENCES</b> .....	40

**RESUME**

Nous présentons un modèle très simplifié du développement longitudinal des gerbes électromagnétiques dans le but d'en comprendre les mécanismes de base de façon aussi transparente que possible. Le modèle ne prend en compte que deux interactions, la conversion des photons en paires électron-positon et le bremsstrahlung, et néglige complètement le développement transversal de la gerbe. Il fait un traitement très grossier des pertes d'énergie qui sont prises au minimum d'ionisation au dessus de l'énergie critique alors qu'au dessous les électrons stoppent tout simplement. L'étude des prédictions du modèle montre qu'il reproduit bien la forme générale du profil de la gerbe (bien décrite par une fonction gamma), sa dépendance en énergie et le décalage entre les gerbes produites par un électron primaire et celles produites par un photon primaire. Quantitativement, un bon accord avec les résultats d'un modèle détaillé, et avec les données expérimentales, est obtenu en augmentant de 50 % l'énergie rayonnée par bremsstrahlung.

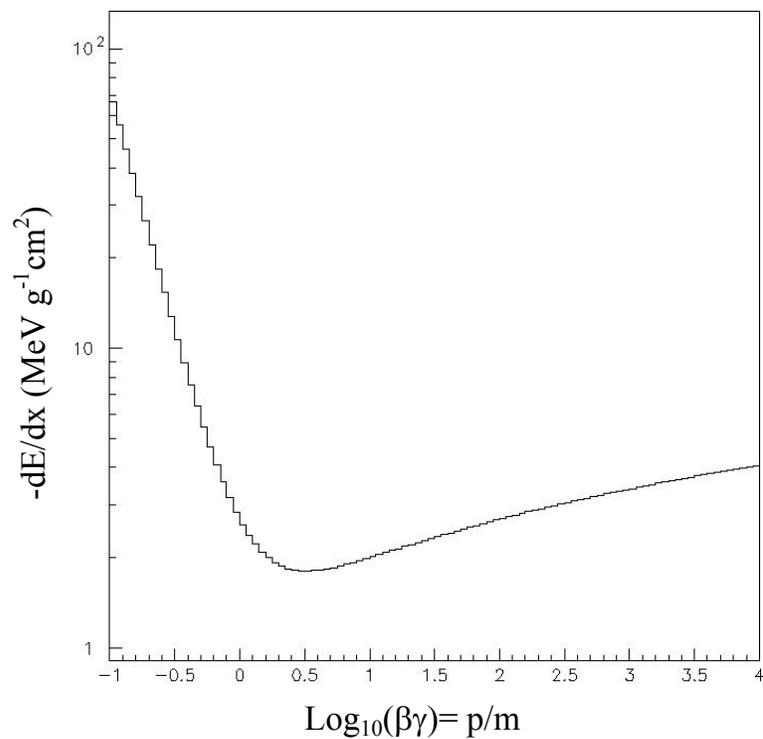
## CHAPITRE 1. INTRODUCTION

### 1.1. Généralités sur les gerbes

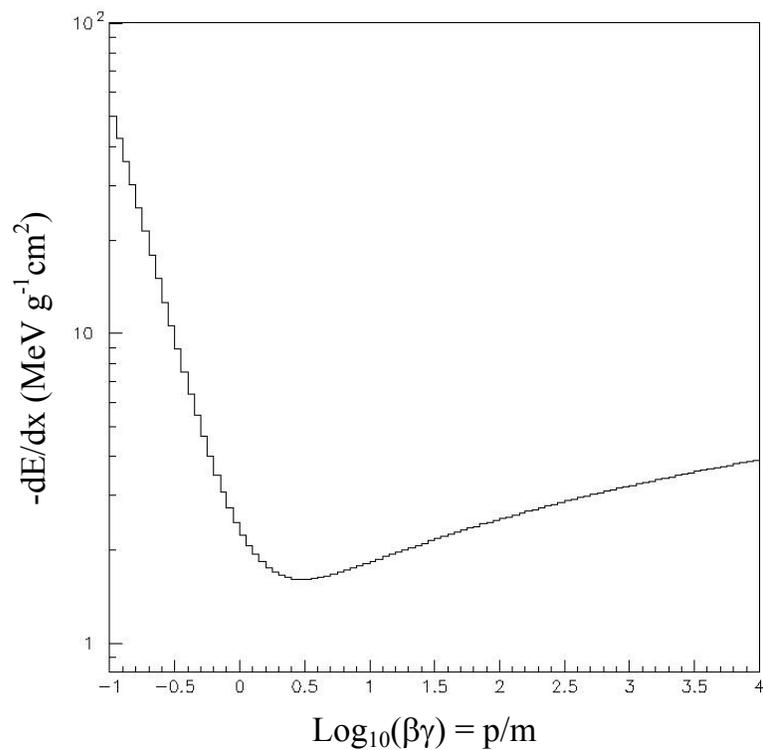
Quand une particule de haute énergie – dite primaire – interagit avec la matière, elle produit un ensemble de nouvelles particules – dites secondaires. Si la primaire possède une quantité suffisante d'énergie, les secondaires peuvent (à leur tour) avoir assez d'énergie pour interagir et produire une nouvelle génération de secondaires. Chaque génération successive contient de plus en plus de particules qui partagent l'énergie primaire (et sont donc de moins en moins énergiques). Ce processus multiplicatif a tendance à produire un nombre de particules qui grandit exponentiellement avec le rang de la génération dans la mesure où la probabilité d'interaction peut être considérée comme indépendante de la nature de la particule interagissant et de son énergie. Cependant, il y a une limite à cette croissance. Les secondaires, si elles sont chargées, perdront de plus en plus d'énergie au fur et à mesure que leur énergie devient plus petite à cause de la relation de Bethe-Bloch qui décrit la perte d'énergie par ionisation

$$\frac{dE}{dx} = -KZ \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2mc\beta^2\gamma^2}{I} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right] \quad [1]$$

Ici, la perte d'énergie  $dE$  dans une tranche  $dx$  ( $\text{g/cm}^2$ ) est donnée en fonction de la vitesse de particule  $\beta c$ ,  $c$  étant la vitesse de la lumière ;  $\gamma$  est le paramètre relativiste,  $(\beta\gamma)^2 = \gamma^2 - 1$  ;  $z$  et  $Z$  sont les charges de la particule incidente et du noyau cible respectivement ;  $I$  est le potentiel d'ionisation, de l'ordre de  $16 Z^{0.9}$  eV ;  $\delta$  est la correction de l'effet de densité qui est responsable d'une lente augmentation (*relativistic rise*) de la perte différentielle d'énergie à haute énergie ;  $K$  est une constante. Nous avons calculé la Relation [1] dans le cas particulier de l'azote et du fer pour des particules incidentes de charge unité. Les résultats sont présentés dans les Figure 1.1 et 1.2.

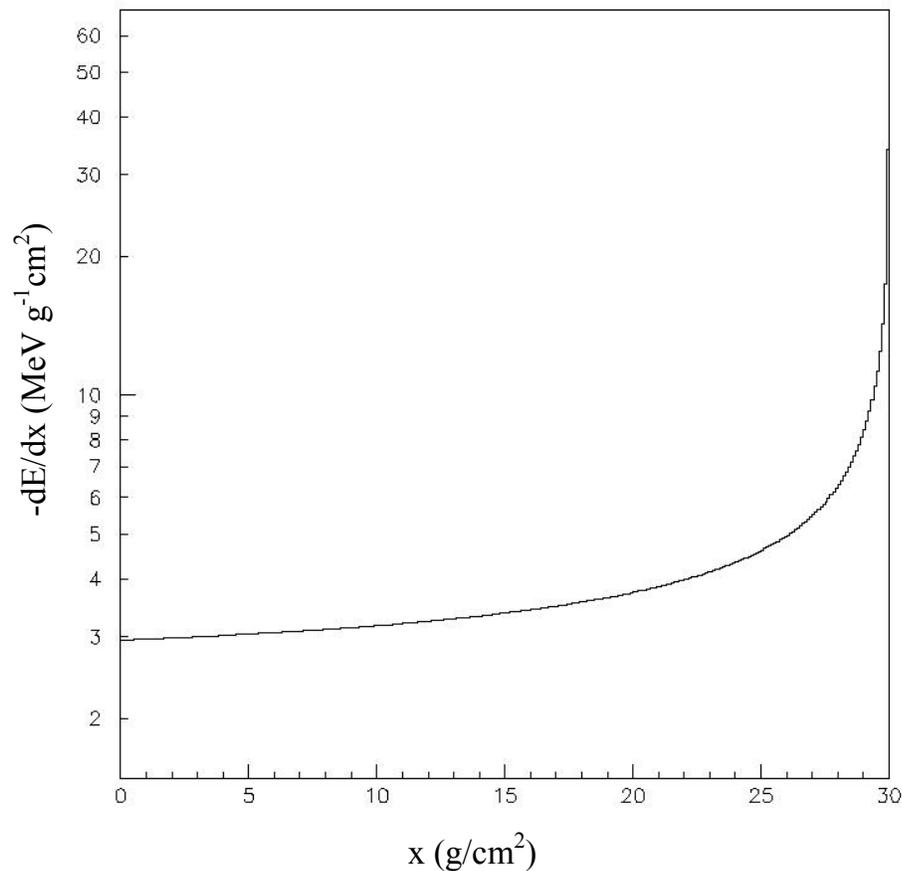


**Figure 1.1** : Pertes par ionisation dans l'azote.

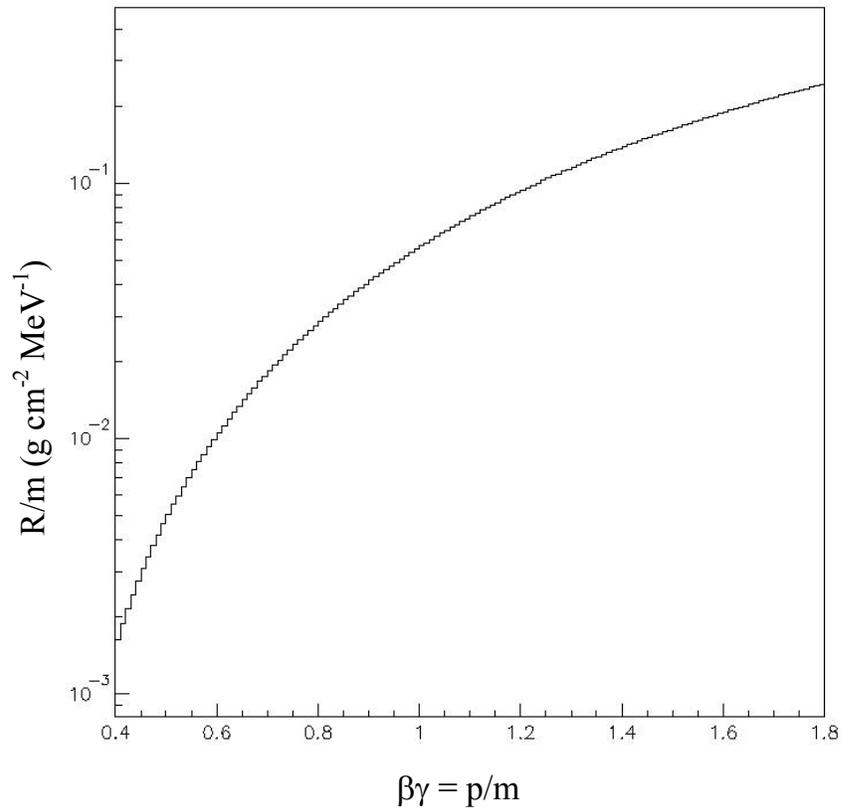


**Figure 1.2** : Pertes par ionisation dans le fer.

Quand les particules secondaires sont relativistes, c'est-à-dire leur quantité de mouvement est plus grande que leur masse au repos, elles perdent une quantité d'énergie presque constante de l'ordre de 2 MeV pour  $\text{g}/\text{cm}^2$  (*minimum ionizing particles*). Au contraire, quand leur quantité de mouvement décroît au-dessous de leur masse au repos, la perte différentielle d'énergie augmente en proportion inverse de leur énergie cinétique, donnant un profil caractéristique de Bragg (Figure 1.3), et la particule finit par s'arrêter. Nous avons calculé le parcours R des particules de charge unité dans l'azote en fonction de leur  $\beta\gamma$ . Comme R est proportionnel à la masse m de la particule incidente, R/m est une fonction universelle de  $\beta\gamma$  (Figure 1.4).



**Figure 1.3 :** Courbe de Bragg des muons dans l'azote : la perte d'énergie (en MeV par  $\text{g}/\text{cm}^2$ ) est donnée en fonction de l'épaisseur traversée. Ici, l'énergie est choisie pour que le muon s'arrête dans exactement  $30 \text{ g}/\text{cm}^2$ .



**Figure 1.4 :** Parcours des muons dans l'azote. Le rapport du parcours  $R$  (en  $\text{g}/\text{cm}^2$ ) à la masse du muon est donné en fonction du rapport entre la quantité de mouvement et la masse au repos.

Le nombre de secondaires par génération atteindra donc un maximum puis diminuera jusqu'à s'annuler. Un tel ensemble des particules est appelé une gerbe.

A une bonne approximation l'énergie totale primaire est finalement dépensée en énergie d'ionisation par les secondaires (on suppose que aucune particule neutre ne s'échappe, c'est-à-dire que toutes les particules neutres interagissent et produisent des particules chargées). En marquant chaque génération par un indice  $i$ , appelant  $N_i$  le nombre des secondaires chargées de la génération  $i$ , marquant chaque secondaire de la génération  $i$  par un indice  $k$  qui varie de 1 à  $N_i$  et appelant son énergie perdue  $\varepsilon_i^k$ , on peut écrire que l'énergie primaire  $E_0 = \sum_{i,k} \varepsilon_i^k$ . A l'approximation (hautes énergies) où presque toutes les secondaires sont relativistes et donc au minimum d'ionisation,  $E_0$  est

donc proportionnelle à la somme des longueurs de toutes les traces : C'est l'idée de base des détecteurs dits calorimètres. Certains comprennent des sandwiches de plaques d'absorbants (fer, plomb, uranium, etc.) et des scintillateurs, d'autres sont fait d'un milieu continu tel que scintillateur liquide, verre au plomb ou compteurs Cherenkov. Comme le nombre des secondaires augmente exponentiellement au début et commence à diminuer quand l'énergie moyenne par secondaire atteint une certaine valeur critique, la profondeur du maximum de la gerbe,  $\Delta_{\max}$ , augmente en proportion avec  $\ln(E_0)$  et il en est de même pour la longueur totale de la gerbe. L'échelle qui caractérise le profil longitudinal de la gerbe est la longueur moyenne d'interaction :

$$\Lambda(\text{g/cm}^2) = \frac{1}{N_{\text{Avogadro}} (\text{atomes/g}) \cdot \sigma(\text{cm}^2)} \quad [2]$$

où  $\sigma$  est la section efficace correspondant à l'interaction concernée. La probabilité d'interaction par épaisseur  $dx$  ( $\text{g/cm}^2$ ) de matière est simplement  $dx/\Lambda$  et le nombre de secondaires qui n'ont pas interagi à une distance  $x$  de l'interaction précédente est  $N(x) = N(0)\exp(-x/\Lambda)$ .

En plus du développement longitudinal dominant qu'on vient de décrire, il y a aussi un développement latéral provenant de la quantité de mouvement transversale acquise par les secondaires à chaque interaction. Elle est toujours petite et le développement latéral est souvent négligeable (de plus, un effet évident de cheminement aléatoire, « *random walk* », fait que l'extension latérale de la gerbe augmente seulement comme la racine carrée du rang de la génération). Pour les gerbes électromagnétiques, les quantités de mouvement transversales typiques sont de l'ordre de la masse des électrons, un demi MeV/c. Pour les gerbes hadroniques (voir ci-dessous), elles sont de l'ordre de la masse du pion, 140 MeV/c. Dans le cas des pertes d'énergie par ionisation, elles sont petites et caractérisées par une quantité de mouvement transversale moyenne de 13,6 MeV/c par longueur de radiation traversée. Pour une épaisseur  $x$ , le nombre de diffusions est proportionnel à  $x/X_0$ , où  $X_0$  est la longueur de radiation (voir plus loin). A cause de l'effet du cheminement aléatoire (les diffusions se produisent à des azimuts ayant une distribution uniforme entre 0 et  $2\pi$ ),

l'angle de déviation finale (diffusion coulombienne multiple) vaut  $13,6 \sqrt{\frac{x}{X_0}} \frac{1}{p_0}$  pour une particule incidente ayant la quantité de mouvement  $p_0$  (MeV/c).

L'étude des gerbes intéresse non seulement le calcul de calorimètres ou de blindages de protection contre les radiations mais aussi la détection des rayons cosmiques. Quand un rayon cosmique – en général un proton ou, parfois, un noyau plus lourd complètement ionisé – entre dans l'atmosphère, il produit une gerbe dite grande gerbe (*extensive air shower*). Les primaires ont des énergies au-dessus de 10 GeV et l'épaisseur de l'atmosphère atteint  $1000 \text{ g/cm}^2$  au niveau de la mer, correspondant à quelque 14 longueurs d'interactions (typiquement de l'ordre de  $70 \text{ g/cm}^2$ ). Une compréhension détaillée des gerbes est essentielle pour la physique des rayons cosmiques et particulièrement pour l'expérience Auger dans laquelle VATLY, le laboratoire où ce travail est réalisé, participe [2].

On distingue entre gerbes électromagnétiques et hadroniques. Les premières ont un photon ou un électron (ou positon) comme particule primaire. Les secondes ont comme primaire un hadron, soit un baryon (état de trois quarks tel qu'un nucléon, libre ou lié dans un noyau) ou un méson (état quark-antiquark tel que pion ou kaon).

A une excellente approximation, une gerbe électromagnétique contient seulement des électrons, des positons et des photons puisque aucune autre secondaire ne peut être produite (la seule exception est la création de paires muon-antimuon ou plus généralement de paires fermion-antifermion par un photon, mais ceci est négligeable dans le domaine d'énergie considéré ici). Au contraire, les gerbes hadroniques contiennent essentiellement des mésons secondaires mais ils peuvent se désintégrer et produire des leptons et des neutrinos (désintégrations faibles) ou des photons (désintégrations électromagnétiques). Le second cas est particulièrement important parce que de nombreux pions neutres sont produits qui se désintègrent immédiatement en deux photons qui, à leur tour, produisent des gerbes électromagnétiques. On voit donc que les gerbes électromagnétiques ne contiennent aucun hadron tandis que les gerbes hadroniques sont en fait des objets hybrides contenant à la fois gerbes électromagnétiques et hadroniques. La longueur d'interaction de la gerbe électromagnétique est appelée la longueur de radiation et est plus petite que

celle de la gerbe hadronique. Il en résulte que, pour une même énergie, une gerbe électromagnétique est plus courte qu'une gerbe hadronique. Cette propriété est utilisée dans l'astronomie des rayons gamma – où les gerbes électromagnétiques sont détectées par la lumière Cherenkov produite au sommet de l'atmosphère – pour discriminer les rayons gamma des rayons cosmiques produisant des gerbes hadroniques qui atteignent le sol. Ici nous ne considérons que des gerbes électromagnétiques et nous pourrions donc omettre l'adjectif électromagnétique.

## 1.2. Gerbes électromagnétiques

Pour des primaires de haute énergie, disons au dessus du GeV, les interactions concernant le développement des gerbes électromagnétiques sont essentiellement deux : la création de paires et le rayonnement de freinage (*bremsstrahlung*). La création de paires correspond à la conversion d'un photon incident en une paire électron-positon dans le champ coulombien du noyau atomique. Le rayonnement de freinage est le rayonnement d'un photon par un électron (ou positon) dans le champ coulombien du noyau atomique. Ils correspondent à une même interaction fondamentale :  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  ou  $e^\pm \rightarrow e^\pm\gamma$  (mais de telles réactions ne conservent pas l'énergie, elles ne peuvent donc pas se produire en l'absence de la matière). Les probabilités de création de paires et de bremsstrahlung sont données ci-dessous.

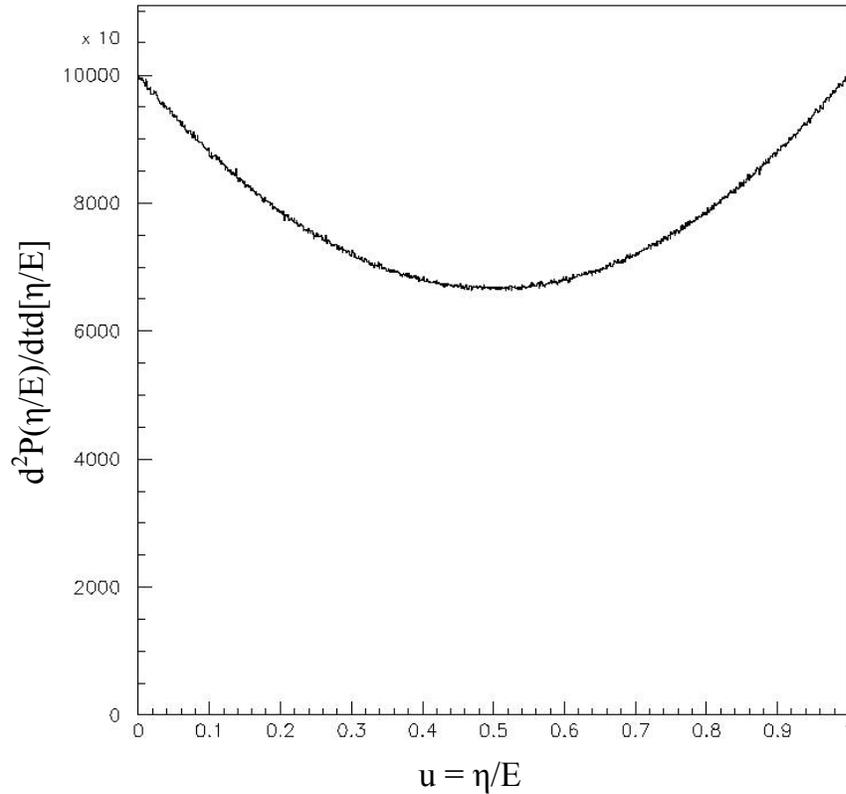
Dans le cas d'un photon incident, quelques autres effets contribuent à basse énergie : l'effet photoélectrique, la diffusion Compton, la diffusion Rayleigh et la diffusion photo-nucléaire. Mais quand l'énergie augmente, ils sont rapidement dominés par la création de paires, le seul mécanisme qui soit considéré ici. A une bonne approximation, la probabilité  $d^2P$  pour un photon d'énergie  $E$  de se transformer, après une épaisseur  $x = X_0 dt$  ( $t$  n'a pas de dimension), en une paire ayant un électron dont l'énergie est dans l'intervalle  $[\eta, \eta+d\eta]$  (l'énergie du positon étant donc dans l'intervalle  $[E-\eta, E-\eta-d\eta]$ ) est

$$d^2P = \left( 1 - \frac{4}{3} \frac{\eta}{E} \left[ 1 - \frac{\eta}{E} \right] \right) \frac{d\eta}{E} dt. \quad [3]$$

Elle est illustrée en figure 1.5. Elle a une forme parabolique avec un minimum de  $2/3$  correspondant au cas symétrique (l'électron et le positon ayant une même énergie). Elle est symétrique dans l'échange de l'électron et du positon ( $\eta/E$  devient  $1-\eta/E$ ). Notons qu'en intégrant sur  $\eta/E$  on obtient

$$dP = \left[ u - \frac{2}{3}u^2 + \frac{4}{9}u^3 \right]_0^1 = \frac{7}{9} dt. \quad [4]$$

C'est-à-dire que la distribution des photons en fonction de l'épaisseur traversée,  $x = tX_0$ , est une exponentielle de la forme  $\exp(-7/9t)$  : la longueur caractéristique après laquelle le nombre de photons diminue d'un facteur  $1/e$  est  $7/9X_0$ .



**Figure 1.5** : Probabilité différentielle de création de paires par unité de longueur de radiation en fonction de l'énergie fractionnaire prise par l'électron. L'ordonnée est multipliée par un facteur  $10^5$ .

La longueur de radiation dépend du matériau (voir la Table 1.1). Une bonne approximation est obtenue en utilisant la relation :

$$X_0(g/cm^2) = \frac{716,4A}{Z(Z+1)\ln\left(\frac{287}{\sqrt{Z}}\right)} \quad [5]$$

Pour le fer, elle est 13,9 g/cm<sup>2</sup>, soit 1,76 cm.

Quelques autres effets deviennent importants à très haute énergie et sont négligés ici. Nous avons déjà mentionné la conversion de photons en paires de muons, nous pouvons mentionner aussi l'effet Landau-Migdal-Pomeranchuk (LMP) : quand le paquet d'onde de l'état final devient plus long que la distance typique entre deux interactions successives, des effets importants d'interférence destructive se produisent.

Dans le cas d'un électron incident d'énergie  $E$ , la probabilité  $d^2P$  pour qu'il rayonne, après une distance  $dx = X_0 dt$ , un photon d'énergie située dans l'intervalle  $[\eta, \eta + d\eta]$  est, à une excellente approximation,

$$d^2P = \left( \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \frac{\eta}{E} + \left[ \frac{\eta}{E} \right]^2 \right) \frac{d\eta}{\eta} dt . \quad [6]$$

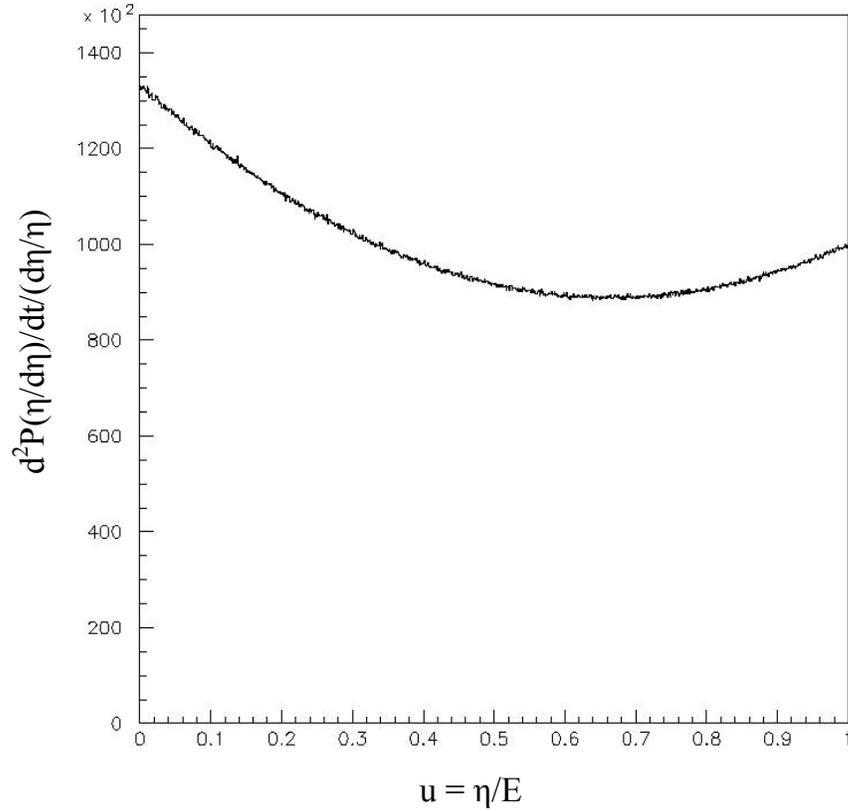
Elle est illustrée en figure 1.6 où  $\frac{d^2P}{dt d\eta/\eta}$  est donné en fonction de  $\frac{\eta}{E}$ . Elle atteint

un minimum à  $8/9$  pour  $\frac{\eta}{E} = \frac{2}{3}$  tandis qu'elle vaut 1 pour  $\eta = E$  et  $4/3$  pour  $\eta = 0$ .

L'énergie totale rayonnée par intervalle  $dt$  est

$$\int \eta d^2P = \left( \frac{4}{3} E - \frac{4}{3} \frac{E}{2} + \frac{E}{3} \right) dt = E dt \quad [7]$$

L'énergie restante a donc une dépendance exponentielle sur l'épaisseur  $x = tX_0$  traversée de la forme  $e^{-t}$ . Elle décroît d'un facteur  $1/e$  après chaque longueur de radiation traversée. Ce qui justifie le nom « longueur de radiation » donné à  $X_0$ .



**Figure 1.6 :** Probabilité différentielle de bremsstrahlung par unité de longueur de radiation et par  $d\eta/\eta$  en fonction de l'énergie fractionnaire emportée par le photon. L'ordonnée est multipliée par un facteur  $10^5$ .

L'interprétation est plus délicate quand on considère le nombre de photons rayonnés, qui, selon l'expression obéie par  $d^2P$ , est infini. En effet, un nombre infini de photons d'énergie nulle sont rayonnés. Il est donc nécessaire d'introduire une coupure  $\varepsilon$  au dessous de laquelle les photons sont ignorés. Alors, le nombre des photons rayonnés ayant une énergie supérieure à  $\varepsilon$  est obtenu par intégration sur  $\eta$  entre  $\varepsilon$  et  $E$  :

$$dN = \left( \frac{4}{3} \ln \frac{E}{\varepsilon} - \frac{5}{6} + \frac{4}{3} \frac{\varepsilon}{E} - \frac{1}{2} \left[ \frac{\varepsilon}{E} \right]^2 \right) dt \quad [8]$$

Un ingrédient essentiel du développement longitudinal des gerbes est le mécanisme par lequel les particules perdent de l'énergie. Alors que les photons ne perdent pas d'énergie par ionisation, les électrons et les positons en perdent par

ionisation selon la formule de Bethe-Bloch. Au fur et à mesure que leur énergie décroît, les pertes d'énergie différentielle par ionisation augmentent et, à certain point, atteignent le niveau des pertes d'énergie par rayonnement (bremsstrahlung) : quand ceci se produit, leur énergie est dite critique : une liste d'énergies critiques,  $E_c$ , est donnée dans la Table 1.1 [3]. L'énergie critique pour le fer est 20,7 MeV.

**Table 1.1** : Longueurs de radiation et énergies critiques pour quelques matériaux.

Matériau	Z	A	$X_0$ [g/cm <sup>2</sup> ]	$X_0/\rho$ [cm]	$E_c$ [MeV]
Hydrogène	1	1,01	63	700000	350
Hélium	2	4,00	94	530000	250
Lithium	3	6,94	83	156	180
Carbon	6	12,01	43	18,8	90
Azote	7	14,01	38	30500	85
Oxygène	8	16,00	34	24000	75
Aluminium	13	26,98	24	8,9	40
Silicone	14	28,09	22	9,4	39
Fer	26	55,85	13,9	1,76	20,7
Cuivre	29	63,55	12,9	1,43	18,8
Argent	47	109,9	9,3	0,89	11,9
Tungstène	74	183,9	6,8	0,35	8,0
Plomb	82	207,2	6,4	0,56	7,40
Air	7,3	14,4	37	30000	84
SiO <sub>2</sub>	11,2	21,7	27	12	57
Eau	7,5	14,2	36	36	83

## CHAPITRE 2. ETUDE DU PROFIL LONGITUDINAL PAR LA METHODE DE MONTE CARLO

Dans ce travail, nous simulons des gerbes électromagnétiques produites dans le fer par un électron d'énergie donnée. Nous faisons une description très simple des pertes d'énergie selon le modèle suivant. En appelant  $E$  l'énergie d'un électron ou positon secondaire on fait l'hypothèse qu'il est minimum ionisant quand  $E > E_c$  et qu'il s'arrête dès que  $E$  atteint  $E_c$ . Cette approximation peut sembler grossière et trop simpliste. Mais en fait, comme nous le verrons par la suite, elle donne des résultats raisonnables. Comme  $E_c$  est supérieur à 40 fois la masse au repos de l'électron, celui-ci est toujours relativiste dans notre modèle simple.

Notre « *toy model* » du développement de la gerbe est donc basé sur les ingrédients suivants : les interactions prises en compte sont la création de paires et le bremsstrahlung exclusivement, le développement transversal est négligé et les pertes d'énergie sont simulées par un simple arrêt à l'énergie critique comme nous venons de l'expliquer.

### 2.1. Détails de la simulation

Nous utilisons la méthode de Monte Carlo, c'est-à-dire que nous simulons un grand nombre de gerbes aléatoires, afin d'étudier les distributions des différents paramètres qui décrivent leur développement. Le développement de la gerbe est suivi par étapes successives, chaque étape correspondant à une tranche de matériau traversée d'épaisseur de 1% d'une longueur de radiation. Dans chaque tranche on compte le nombre d'électrons<sup>1</sup> et le nombre de photons,  $N_e$  et  $N_g$ , et, on enregistre leurs énergies,  $E_e$  et  $E_g$ . La plupart des résultats présentés ici sont obtenus à partir d'un échantillon de 1000 gerbes simulées. L'incertitude statistique attachée à un tel échantillon est  $\frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 3\%$ . En particulier, l'incertitude sur la profondeur moyenne de la gerbe est

---

<sup>1</sup> Désormais nous disons électrons, à l'exception des cas spécifiés, pour indiquer à la fois électrons et positons : ils ne sont pas différenciés dans notre calcul.

de l'ordre de 3% de la variance du profil, c'est-à-dire 0,1 longueur de radiation, bien adaptée à la sorte de précision qu'on vise.

L'énergie critique  $E_c$  est 20,7 MeV et le  $dE/dx$  au minimum est 1,8 MeV : nous utilisons ces valeurs dans le modèle, en acceptant toutefois que des valeurs légèrement différentes puissent être utilisées si elles donnent une description plus fidèle de la réalité.

Le bremsstrahlung et la création de paires sont toujours supposés se produire exactement au milieu d'une tranche.

Le bremsstrahlung est pris en compte en calculant pour chaque électron le nombre moyen de photons rayonnés,  $N_{br}$ , ayant une énergie supérieure à un seuil arbitraire,  $E_{cut}$ . Ici on a pris  $E_{cut} = 2$  MeV, en acceptant encore une fois qu'il puisse être traité comme un paramètre libre. Mais ce n'est pas la peine de prendre  $E_{cut} < 2$  masses d'électrons, soit  $< 1,02$  MeV : au-dessous de cette valeur un photon ne peut pas se convertir en un paire électron-positon, le seul processus considéré dans notre modèle. Le nombre de photons rayonnés a une distribution de Poisson. On fait l'hypothèse que s'il y a quelques photons rayonnés, ils peuvent être remplacés par un seul photon. C'est-à-dire que la probabilité pour ne pas avoir de photon rayonné est la valeur de Poisson,  $\exp(-N_{br})$ , et celle pour avoir un photon rayonné est  $1 - \exp(-N_{br})$ . Comme  $N_{br}$  est petit, la deuxième probabilité est approximativement égale à  $N_{br}$ . Quand un photon est rayonné, son énergie est choisie avec la distribution illustrée en figure 1.6.

La création de paires se produit dans chaque tranche avec une probabilité de 7/9%. Si elle se produit, les énergies de l'électron et du positon sont choisies avec la distribution illustrée en figure 1.5.

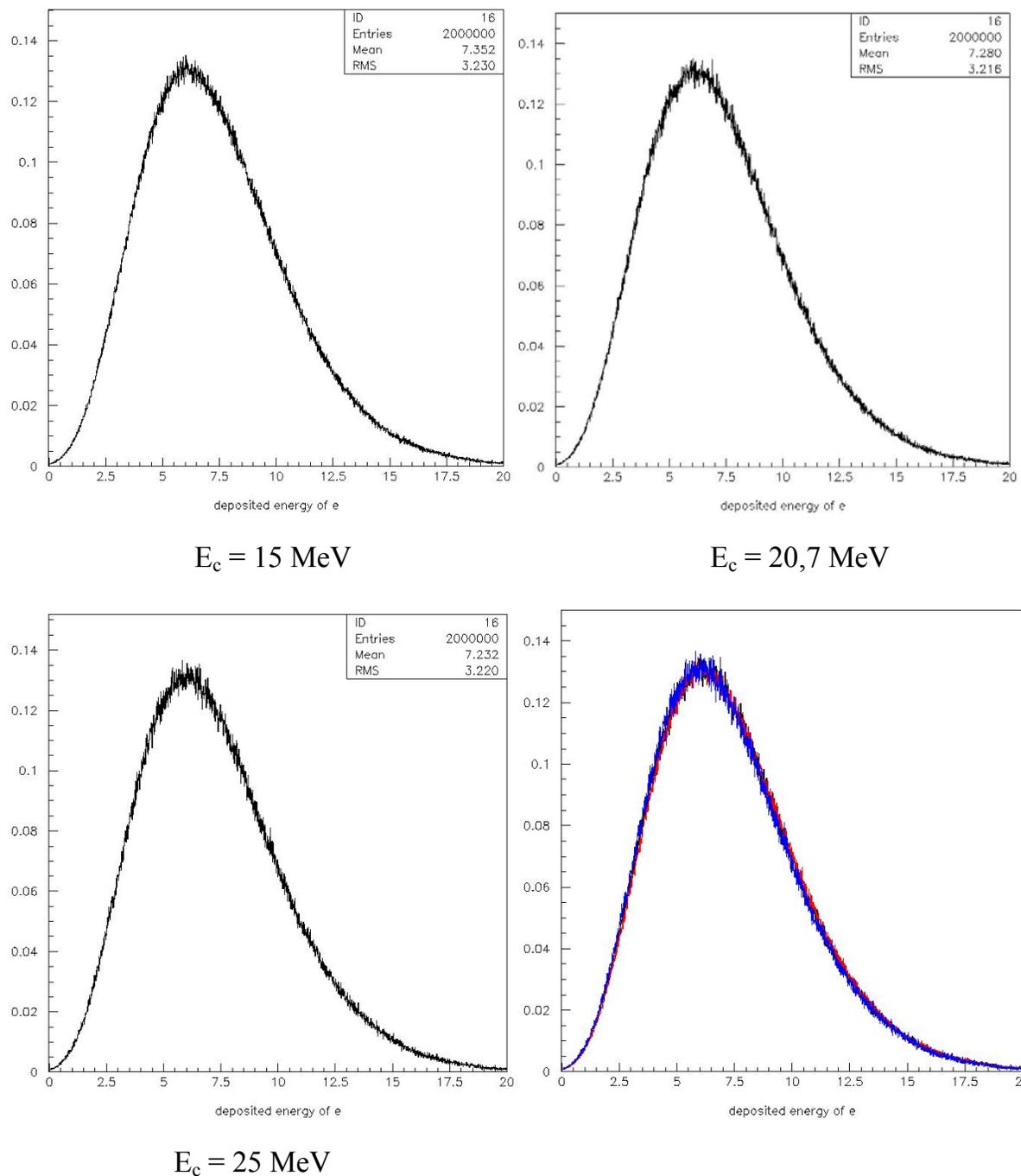
## 2.2. Etude des gerbes produites par des électrons de 30 GeV dans le fer

Nous utilisons maintenant notre modèle pour étudier le profil des gerbes produites par des électrons incidents de 30 GeV dans le fer. Par « profil de gerbe », on entend la dépendance de l'énergie déposée (pertes par ionisation et électrons et photons stoppés) sur l'épaisseur traversée. Au-dessous de l'énergie  $E_{\text{cut}}$  – c'est-à-dire au dessous de 2 MeV – on considère que les photons stoppent et interagissent via l'effet Compton ou photoélectrique (ou autres). La figure 2.1 montre le profil moyen de 1000 gerbes pour trois valeurs différentes de  $E_c$ , 15, 20,7 (nominal) et 25 MeV. La différence est petite. Comme prévu, la valeur moyenne diminue quand  $E_c$  augmente mais très peu, de 7,35 à 7,23 longueurs de radiation.

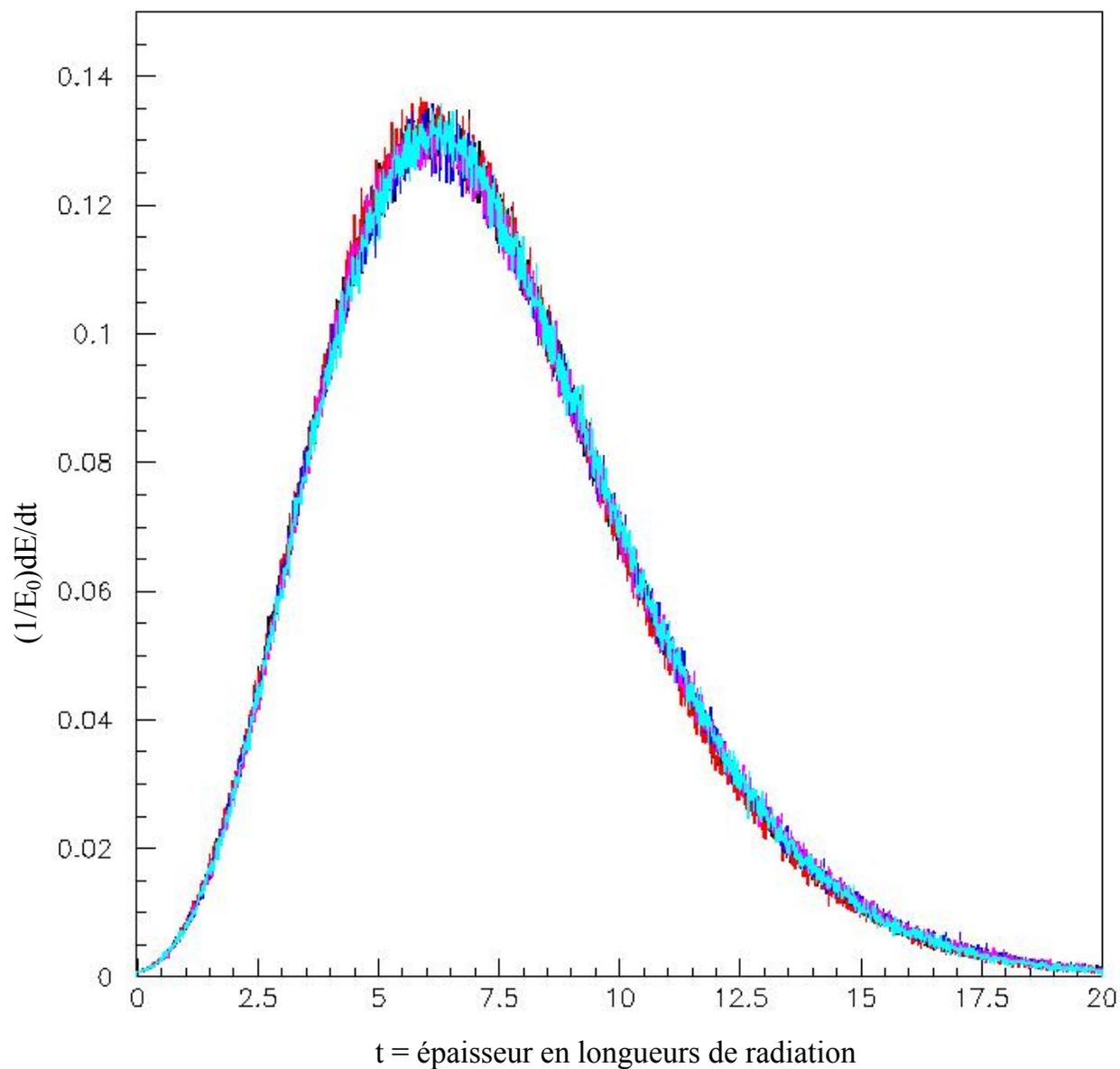
Nous voyons sur la figure 2.2 l'effet d'un changement de  $E_{\text{cut}}$  de 2 à 10 MeV. Il est lui aussi très petit.

La figure 2.3 présente séparément les profils des neuf premières gerbes de notre échantillon de 1000. Des fluctuations importantes de gerbe à gerbe sont visibles. Pour les quantifier on calcule pour chaque gerbe la moyenne  $t_m$  et la variance  $t_v$  des profils. Leur distribution est présentée en figure 2.4. La profondeur moyenne est 7,3 en moyenne et varie par  $\pm 0,9$  longueurs de radiation. La variance est 3,1 en moyenne et varie par  $\pm 0,4$  longueurs de radiation.

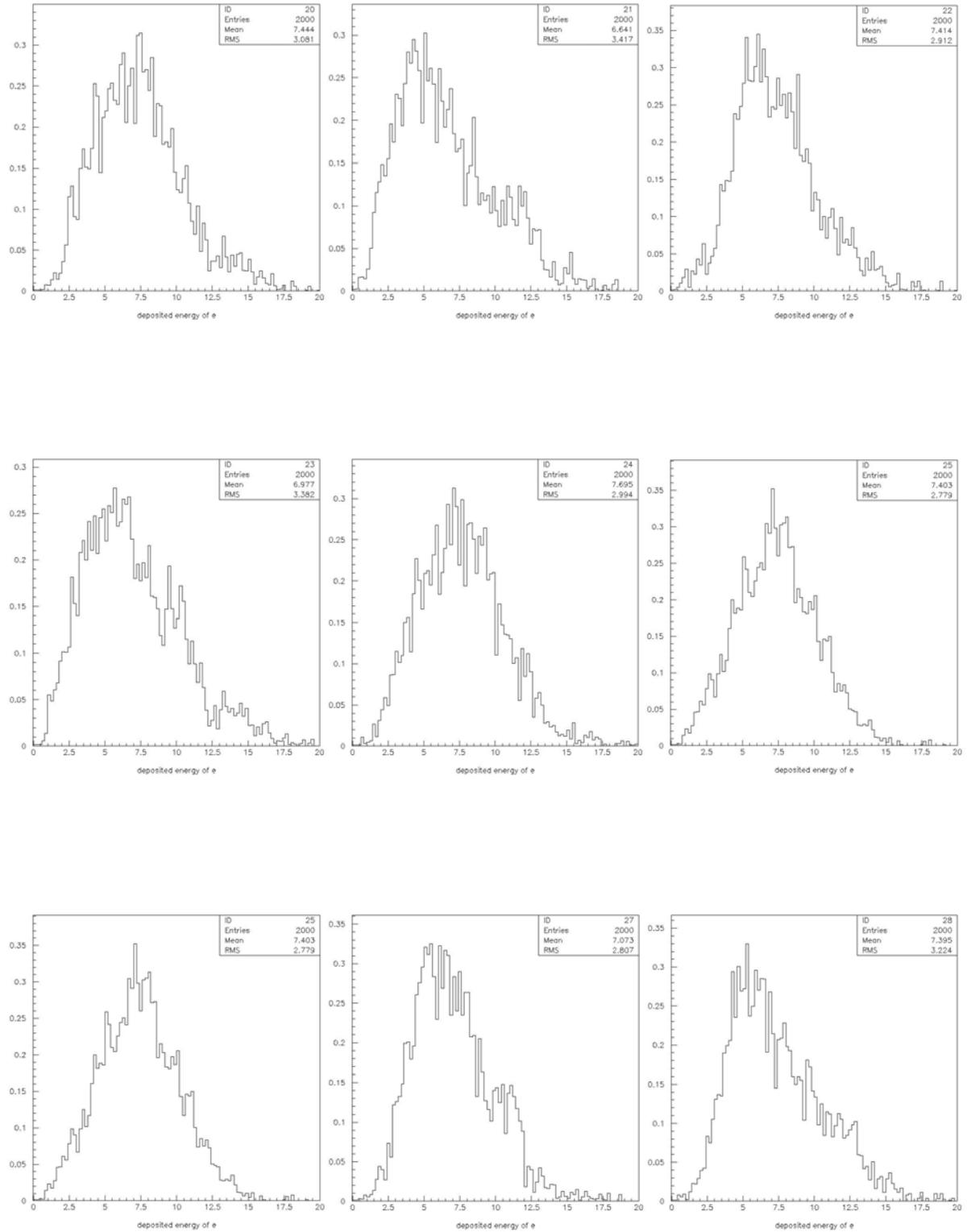
Finalement, nous présentons en figure 2.5 la dépendance du profil de gerbe sur la valeur de la perte d'énergie différentielle,  $dE/dx$  (prise égale à 1,8 MeV/g cm<sup>2</sup> dans les figures précédentes). Comme on s'y attend, la profondeur moyenne décroît quand  $dE/dx$  croît, le développement de la gerbe étant plus rapide, mais seulement très peu : de 7,32 à 7,14 longueurs de radiation.

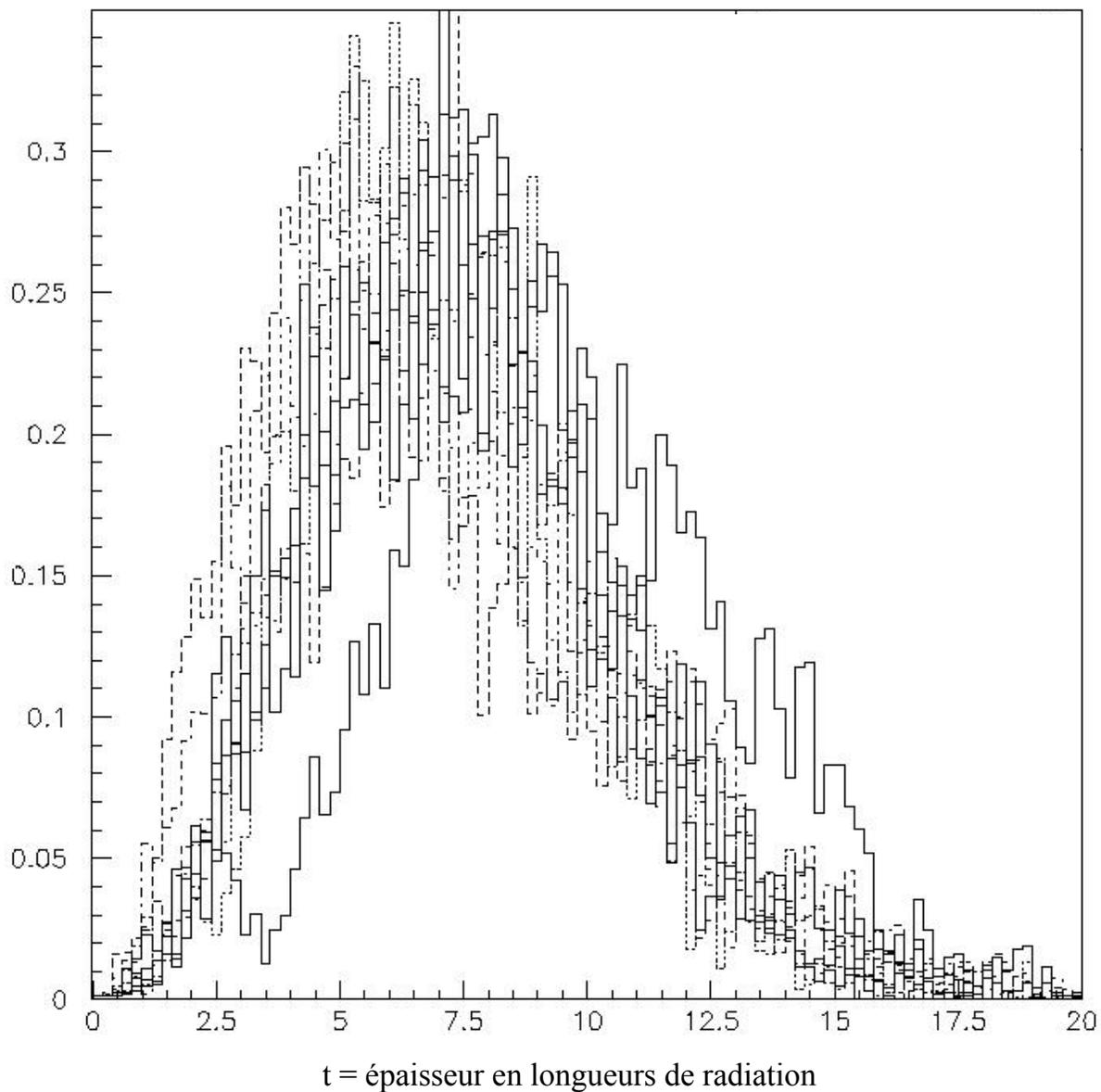


**Figure 2.1 :** Profils des gerbes (électrons de 30 GeV dans le fer) pour  $E_c = 15,0$ ,  $20,7$  et  $25,0$  MeV. Le dernier panneau rassemble les trois profils précédents. L'abscisse est l'épaisseur traversée en longueurs de radiation.

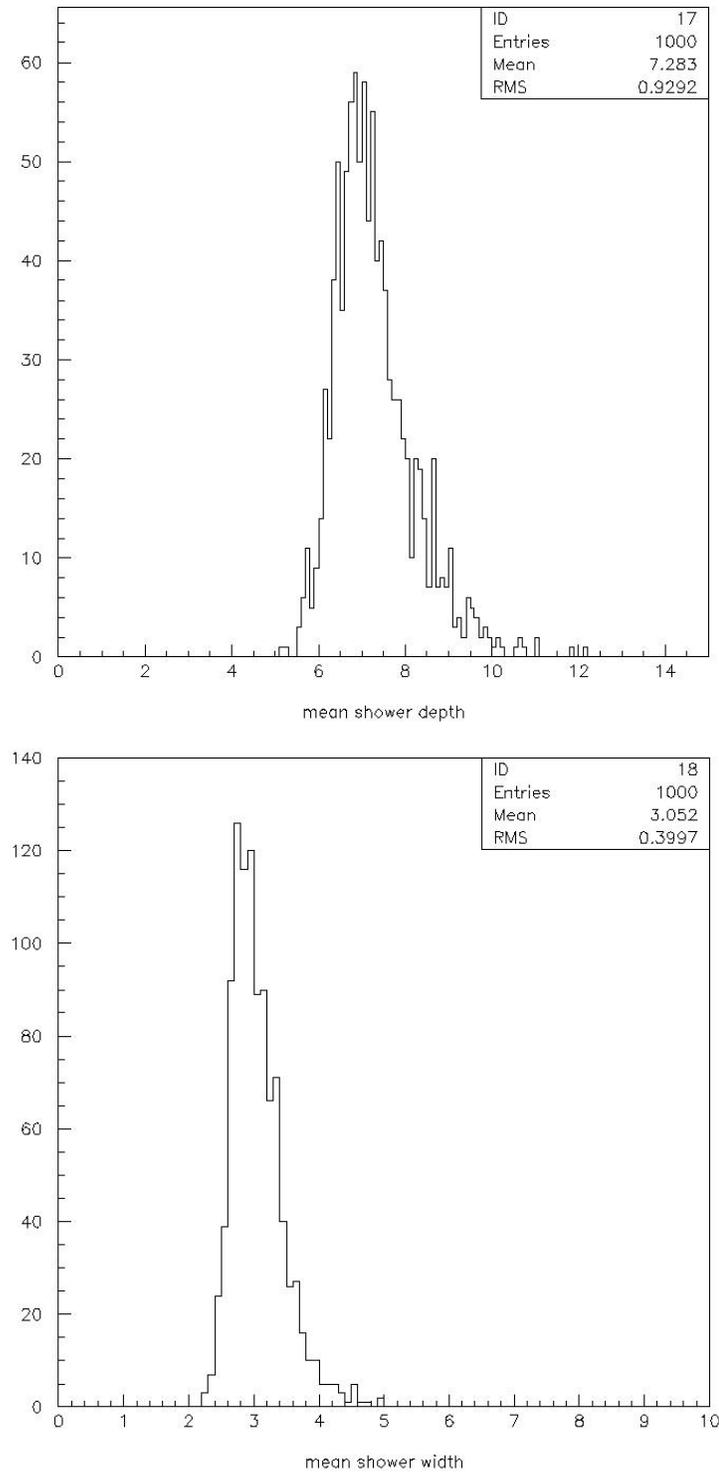


**Figure 2.2 :** Profils des gerbes obtenus pour différentes valeurs de  $E_{\text{cut}}$  entre 2 et 10 MeV. Chaque couleur correspond à une valeur différente du seuil  $E_{\text{cut}}$ .

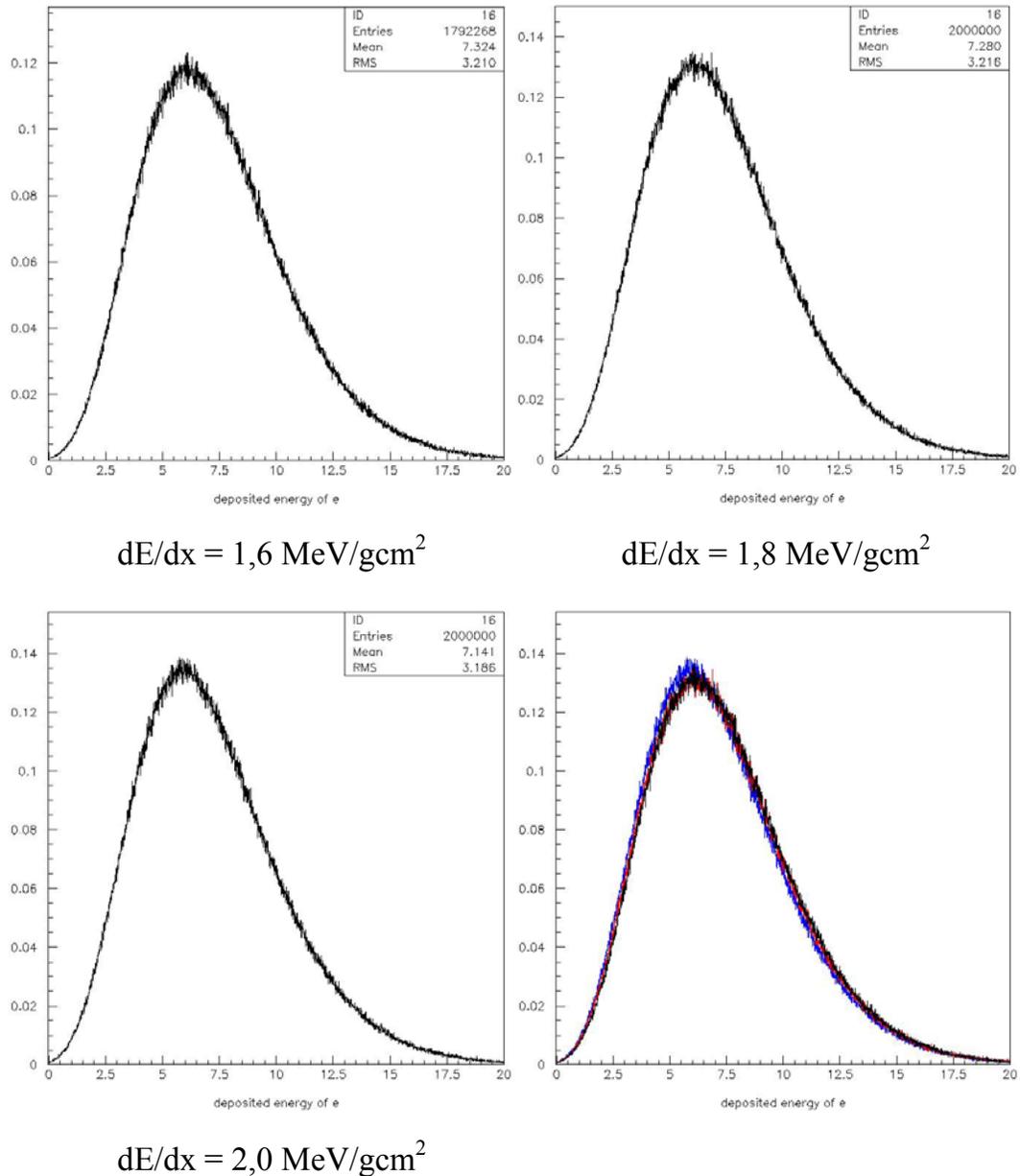




**Figure 2.3 :** Profils des neuf premières gerbes d'un échantillon Monte Carlo (page précédente). Le panneau ci-dessus rassemble les neuf profils.



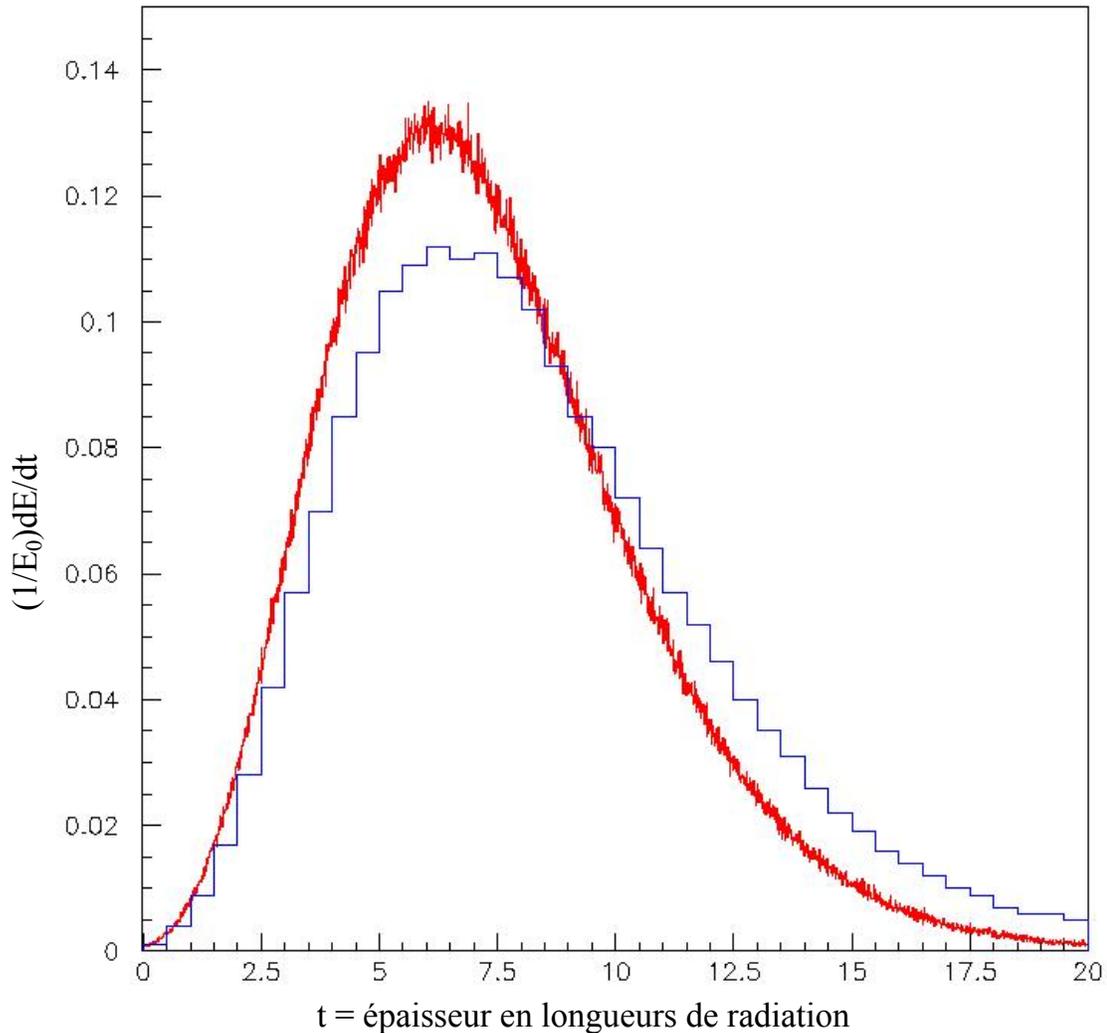
**Figure 2.4 :** Distributions de la profondeur moyenne  $t_m$  et de la variance  $t_v$  des profils des gerbes.



**Figure 2.5 :** Dépendance du profil sur la valeur de la perte différentielle d'énergie pour trois valeurs de  $dE/dx$  de 1,6 à 2 MeV/gcm<sup>2</sup>. La dernière figure les rassemble. L'abscisse est l'épaisseur traversée en longueurs de radiation.

La figure 2.6 compare le résultat d'un calcul détaillé utilisant le programme EGS4 [4] à celui de notre modèle. Tandis que les caractéristiques globales sont

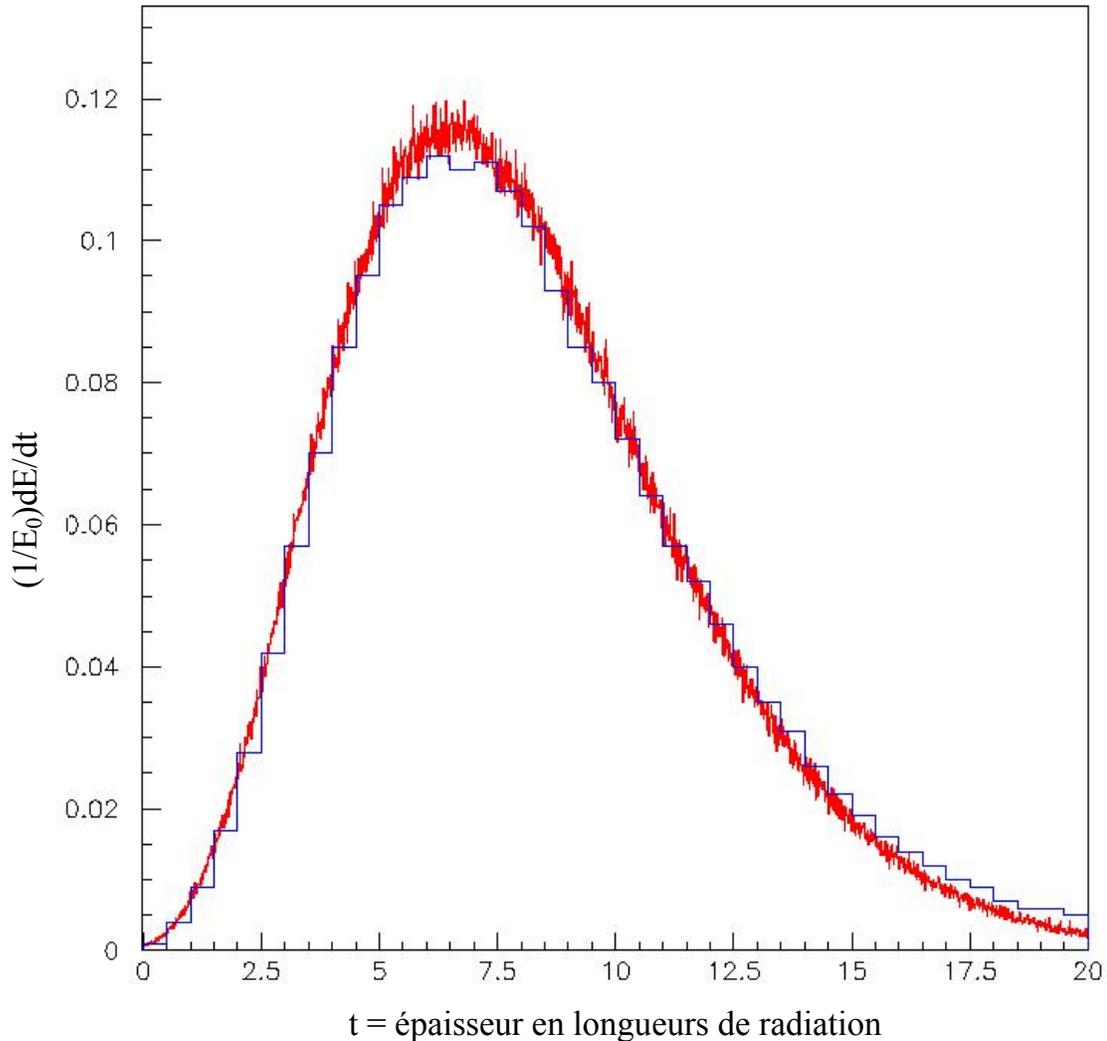
qualitativement bien reproduites, le profil EGS4 est plus large (et sa valeur maximum est donc plus basse) que celui obtenu par notre modèle simple. Les valeurs respectives des paramètres  $t_m$  et  $t_v$  sont 8,1 et 3,7 pour EGS4 et 7,3 et 3,1 pour notre modèle.



**Figure 2.6 :** Profil simulé par notre modèle (courbe) comparé au profil simulé par le programme EGS4 (histogramme).

On constate que le résultat de notre modèle est extrêmement stable vis-à-vis des variations des trois paramètres considérés,  $E_c$ ,  $E_{cut}$  et la perte d'énergie au minimum. Il ne serait pas raisonnable de les ajuster pour améliorer l'accord avec le résultat de EGS4. La gerbe EGS4 se développe plus lentement que celle de notre modèle. Pour

améliorer l'accord, on doit augmenter l'énergie rayonnée par les électrons. Une augmentation de l'ordre de 50% est nécessaire pour obtenir un bon ajustement (Figure 2.7).

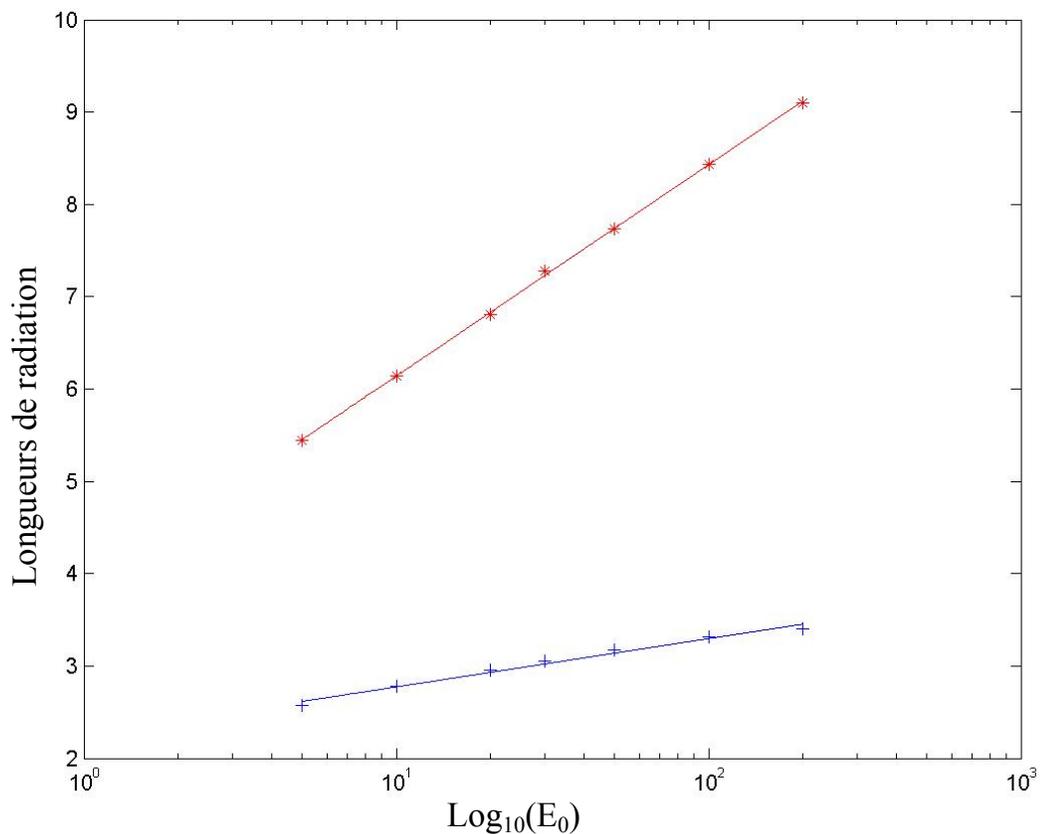


**Figure 2.7 :** Même figure que la Figure 2.6 mais l'énergie rayonnée est augmentée de 50% dans notre modèle.

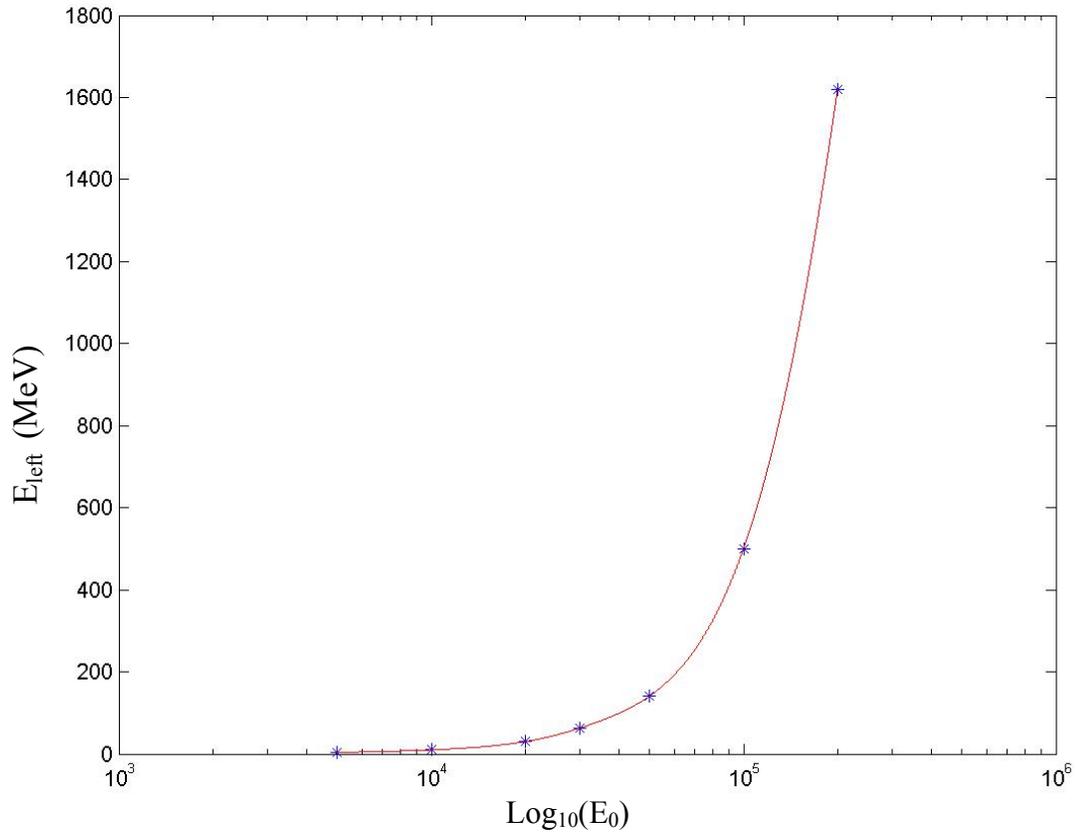
Une façon ad hoc d'améliorer notre modèle est donc simplement de multiplier l'énergie rayonnée par un tel facteur. Cependant, notre but dans ce mémoire est seulement de comprendre les propriétés principales des gerbes de façon simple. Nous nous abstiendrons donc d'augmenter l'énergie rayonnée par 50%.

### 2.3. Dépendance des paramètres sur l'énergie

Nous fixons maintenant les paramètres  $E_c$  à 20,7 MeV,  $E_{cut}$  à 2 MeV et  $dE/dx$  à 1,8 MeV/gcm<sup>2</sup> et étudions la dépendance en énergie de  $t_m$  et  $t_v$ . Les résultats sont présentés en figure 2.7 et dans la Table 2.1. On voit que la profondeur moyenne  $t_m$  et la variance  $t_v$  dépendent linéairement du logarithme de l'énergie, une propriété bien connue de la théorie des gerbes. On a aussi noté dans la Table 2.1 l'énergie des gerbes qui s'échappe au-delà de 20 longueurs de radiation (Figure 2.8).



**Figure 2.7** : Dépendance sur l'énergie incidente de  $t_m$  (étiles) et  $t_v$  (croix).



**Figure 2.8 :** Dépendance sur l'énergie incidente de l'énergie qui s'échappe après 20 longueurs de radiation.

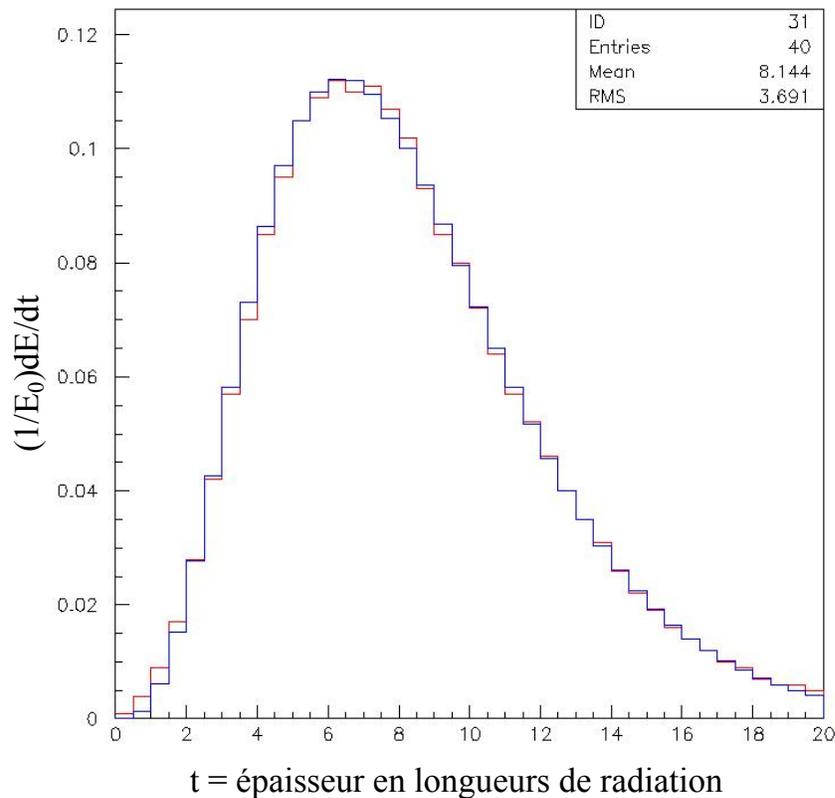
**Table 2.1 :** Dépendance sur l'énergie initiale des paramètres de gerbe

$E_0$ (GeV)	5	10	20	30	50	100	200
$\ln(E_0)$	1,61	2,30	3,00	3,40	3,91	4,61	5,30
$\langle t_m \rangle$	5,44	6,14	6,81	7,28	7,73	8,43	9,10
$\langle t_v \rangle$	2,57	2,78	2,95	3,05	3,17	3,31	3,40
a	3,851	4,194	4,723	4,943	5,302	5,730	6,196
b	0,685	0,677	0,676	0,664	0,668	0,665	0,669
$E_{\text{left}}$ (MeV)	4	10	30	63	140	500	1620

Il est courant de représenter les profils longitudinaux de gerbe par une fonction de la forme<sup>2</sup>

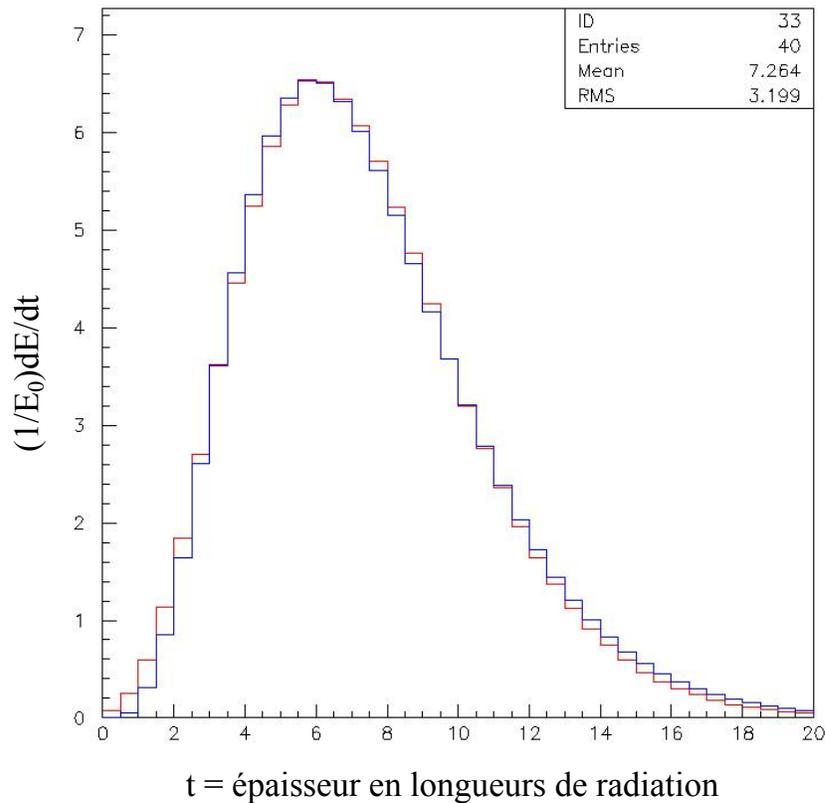
$$\frac{dE}{dt} = E_0 b \frac{(bt)^{a-1} e^{-bt}}{\Gamma(a)} \quad [9]$$

où  $\Gamma$  est la fonction  $\Gamma$ . Nous utilisons maintenant cette formule pour ajuster la forme des profils simulés, en ignorant la normalisation. C'est-à-dire qu'on ajuste les paramètres  $a$  et  $b$  pour trouver le meilleur accord des profil simulés avec la relation ci-dessus à un facteur multiplicatif près. Les résultats obtenus pour le profil de EGS4 et celui de notre modèle sont présentés sur les Figures 2.9 et 2.10 respectivement. Ils sont en effet très bons. Les valeurs des paramètres  $a$  et  $b$  sont 4,45 et 0,54 pour EGS4 et 4,92 et 0,67 pour notre modèle.



**Figure 2.9 :** Profil EGS4 (ligne rouge) et son ajustement (ligne bleue).

<sup>2</sup> On parle de profil en fonction  $\Gamma$  ou profil de Gaisser-Hillas. En fait c'est le kernel de la fonction  $\Gamma$  qui a la forme de la relation [9],  $\exp(-t) t^{x-1}$ , dont l'intégrale sur  $t$  entre 0 et l'infini (seconde intégrale d'Euler) pour  $x > 0$  définit la fonction  $\Gamma$ .

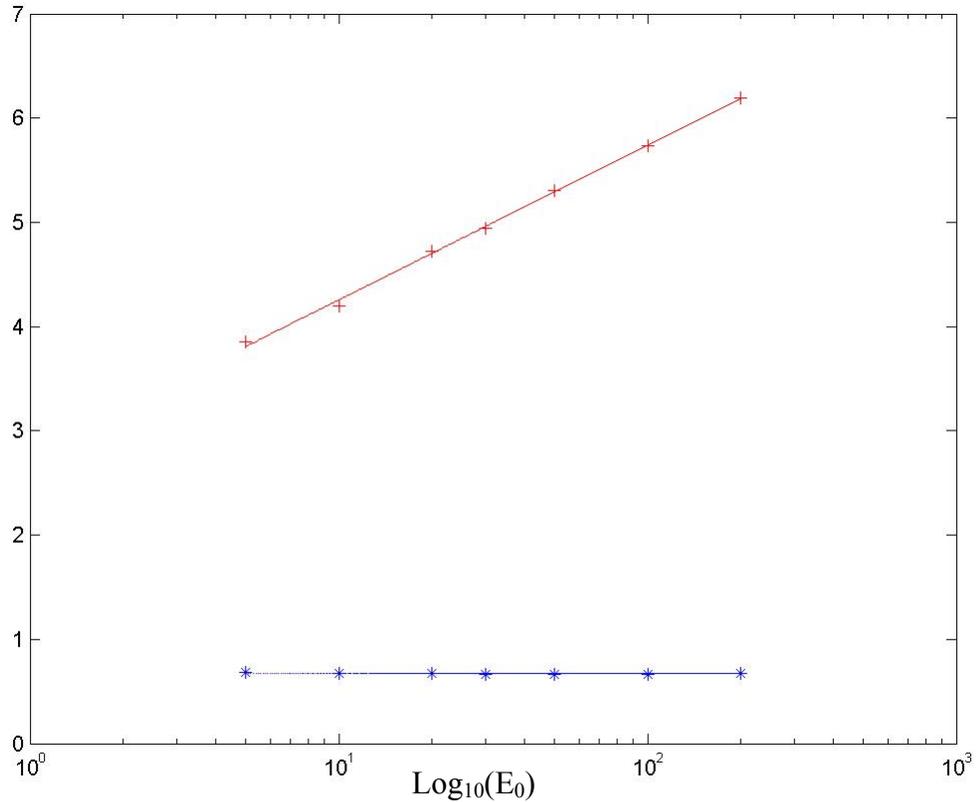


**Figure 2.10** : Profil du modèle (ligne rouge) et son ajustement (ligne bleue).

La dépendance des paramètres  $a$  et  $b$  sur l'énergie incidente  $E_0$  est donnée dans la Table 2.1 et illustrées sur la Figure 2.11. Alors que  $a$  augmente linéairement avec  $\ln(E_0)$ ,  $b$  reste presque constant. Notons que le profil atteint son maximum à la profondeur

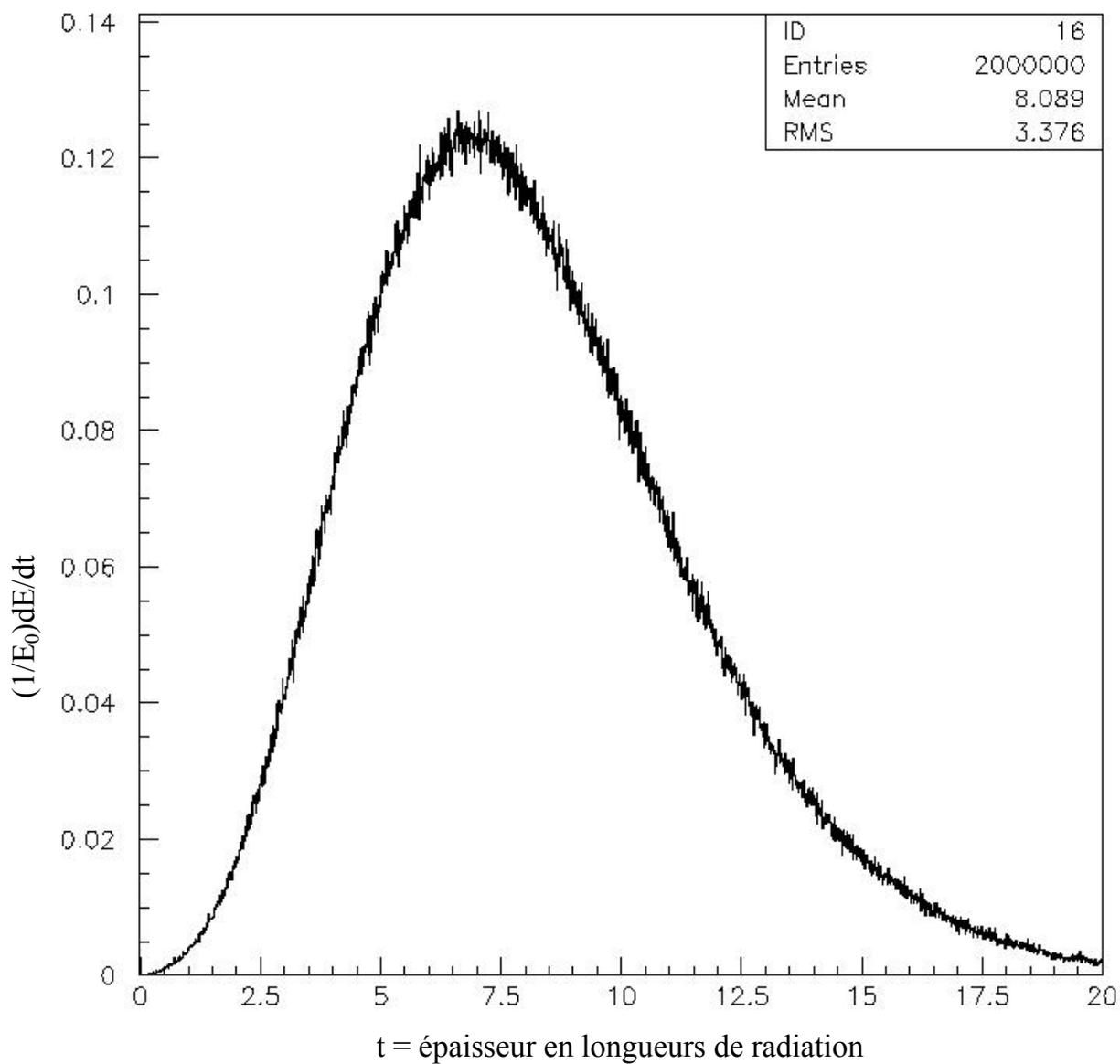
$$t_{\max} = \frac{a-1}{b} \quad [8]$$

qui augmente linéairement avec  $E_0$  comme tout  $t_m$  et  $t_v$ .



**Figure 2.11 :** Dépendance des paramètres a (croix) et b (étoiles) sur l'énergie.

Finalement, nous présentons en figure 2.12 le profil obtenu avec les valeurs standard des paramètres mais pour un photon primaire au lieu d'un électron. Comme on s'y attend, le profil a essentiellement la même forme que dans le cas d'un électron primaire ( $t_v = 3,0 \pm 0,1$  comparé à  $3,1 \pm 0,1$ ) mais est déplacé par approximativement une longueur de radiation ( $t_m = 8,1 \pm 0,1$  au lieu de  $7,3 \pm 0,1$ ). La raison est que tandis que l'électron commence tout de suite à rayonner, le photon ne se convertit en moyenne qu'après une longueur de radiation, avant quoi la gerbe ne peut pas se développer.



**Figure 2.12** : Profil obtenu avec les valeurs standard des paramètres mais pour un photon primaire.

## CONCLUSION

Nous avons décrit un modèle très simple du développement longitudinal des gerbes électromagnétiques suffisant pour décrire les propriétés principales du profil longitudinal, y compris son évolution en fonction de l'énergie primaire. Les ingrédients principaux du modèle sont un traitement simplifié des processus dominants, création de paires et le bremsstrahlung, alors que tous les autres mécanismes (effet Compton, effet photoélectrique, etc.) sont ignorés. En plus, le développement latéral de la gerbe, qu'on sait être limité à quelques rayons de Molière, est également ignoré. La comparaison avec un programme sophistiqué de simulation, EGS4, dont on sait qu'il reproduit bien les données expérimentales, montre que la faiblesse principale de notre modèle simplifié est la sous-estimation de l'énergie rayonnée. En l'augmentant seulement de 50%, un accord excellent est obtenu. Le traitement remarquablement grossier des pertes d'énergie par ionisations (les électrons sont minimum ionisants au-dessus de l'énergie critique et stoppent au-dessous) est suffisant et très stable vis-à-vis de variations importantes des paramètres pertinents. Parmi les propriétés qui sont bien reproduites par notre modèle, on trouve la forme générale du profil, la dépendance logarithmique sur l'énergie incidente, une bonne description par une fonction  $\Gamma$ , une bonne description de la différence entre les gerbes produites par un électron primaire ou par un photon primaire. Alors que des simulations sophistiquées telles que EGS4 sont nécessaire pour obtenir la meilleure précision possible, notre modèle permet de comprendre les effets principaux et à obtenir des estimations rapides et transparentes des propriétés des gerbes.

## APPENDICES

### Appendice A.

Code Fortran du programme utilisé pour simuler les gerbes électromagnétiques par la méthode de Monte Carlo.

```

program simulation
  dimension ee(3000),eg(3000),eggs(40),table(40)
  data ecrit,ecut,e0,radl,ebb0/20.7,2.,30000.,13.84,1.8/
  data loopmax /1000/
  data table/40*0./
  data eggs /.001,.004,.009,.017,.028,.042,.057,.07,.085,.095,
1      .105,.109,.112,.110,.111,.107,.102,.093,.085,.08,
2      .072,.064,.057,.052,.046,.04,.035,.031,.026,.022,
3      .019,.016,.014,.012,.01,.009,.007,.006,.006,.005/
c ecrit is the critical energy for iron, ecut is the cutoff energy for
c photon
c e0 = 30 GeV  is energy of the initial electron
c radl is radiation length in g/cm^2
c ebb0 is the differential energy loss dE/dx
c we deal with loopmax = 1000 showers
c eggs is the value of energy received from EGS4 simulation
c table is the value of energy received from Monte Carlo simulation

  call hlimap(20000,"SIM")
  call hbook1(12,"number of electrons",2000.,-0.005,20.005,0.)
  call hbook1(13,"number of photons",2000.,-0.005,20.005,0.)
  call hbook1(14,"energy of electrons",2000.,-0.005,20.005,0.)
  call hbook1(15,"energy of photons",2000.,-0.005,20.005,0.)
  call hbook1(16,"deposited energy",2000.,-0.005,20.005,0.)
  call hbook1(17,"mean shower depth",150.,0.,15.,0.)
  call hbook1(18,"mean shower width",100.,0.,10.,0.)
  call hbook1(19,"total fractional energy",100.,0.,2.,0.)
  do 30 i=1,10
    call hbook1(19 + i,"deposited energy",100.,-0.005,20.005,0.)
30  continue
  call hbook1(30,"left energy/initial energy",100.,0.,.1,0.)
  call hbook1(31,"eggs",40.,0.,20.,0.)

```

```

      call hbook1(32,"fit eggs",40.,0.,20.,0.)
      call hbook1(33,"mc",40.,0.,20.,0.)
      call hbook1(34,"fit mc",40.,0.,20.,0.)

c reconstruct the histogram of EGS4 simulation
c and fit it with the subroutine fitab
      call fitab(eggs,amin,bmin,fnorm)
      t = -.25
      do 88 i=1,40
          t= t + .5
          call hf1(31,t,eggs(i))
          call hf1(32,t,fnorm*(bmin*t)**(amin - 1.)*exp(-bmin*t))
88      continue

      ebb = ebb0*.01*radl
      ebbhf = ebb/2.
c ebb is the Bethe-Bloch energy loss in a slice 1% of a radiation length
thick
c generate several showers
      do 100 loop=1,loopmax
          sedep = 0.
          stedep = 0.
          st2edep = 0.
c sedep is the sum of deposited energy of electron
c stedep is the sum of edep*t
c st2edep is the sum of edep*t**2
          ne = 1
          ng = 0
          t = -0.005
          ee(1) = e0
c ne is the number of electrons while ng is the number of photons.
c energy deposited by electrons in each slice is edep
c loop over slices
          do 1 it=1,2000
              ngnew = ng
              edep = 0.
              t = t + 0.01

c first deal with electrons
          if (ne.le.0) go to 116
          if (ne.ge.3000) then
              print *, "ne too large",ne
              stop

```

```

        endif
c loop over electrons in that slice
        do 11 ie=1,ne
c ionization losses before a possible bremsstrahlung
            ee(ie) = ee(ie) - ebbhf
            edep = edep + ebbhf
            if (ee(ie).lt.ecrit) go to 11
c calculate mean number of bremsstrahled photons with energy > ecut
            eratio = ee(ie)/ecut
            photon = (4.*alog(eratio)/3. - 5./6. + 4./3./eratio -
1                0.5/eratio**2)*.01
c there is no bremsstrahlung, just ionization losses
            if (rand().gt.photon) then
                ee(ie) = ee(ie) - ebbhf
                edep = edep + ebbhf
                go to 11
            endif
112        continue
c there is bremsstrahlung of a photon with energy u*the incident electron
energy
            u = (ecut/ee(ie))*rand()
            v = 4./3. - 4.*u/3. + u**2
            if (rand().gt.3.*v/4.) go to 112
            xeg = u*ee(ie)
            xee = (1. - u)*ee(ie) - ebbhf
            edep = edep + ebbhf
            ee(ie) = xee
            if (xeg.ge.ecut) then
                ngnew = ngnew + 1
                eg(ngnew) = xeg
            endif
            if (xeg.lt.ecut) edep = edep + xeg
11        continue
111        continue

c reshuffle electron array
        nenew = 0
        do 113 ie=1,ne
            if (ee(ie).gt.ecrit) then
                nenew = nenew + 1
                ee(nenew) = ee(ie)
                go to 113
            endif

```

```

        edep = edep + ee(ie)
113      continue
        ne = nenew
        etot = etot + edep
116      continue

c next deal with photons
        if (ng.le.0) go to 127
        if (ng.ge.3000) then
            print *, "ng too large",ng
            stop
        endif
        do 12 ig=1,ng
            xeg = eg(ig)
            if (rand().gt.0.07/9.) go to 12
c there is pair creation
122      continue
            u = rand()
            if (rand().gt.1.-4.*u*(1.-u)/3.) go to 122
c electron
            edep = edep + ebbhf
            xee = u*xeg - ebbhf
            if (xee.gt.ecrit) then
                ne = ne + 1
                ee(ne) = xee
            endif
            if (xee.le.ecrit) edep = edep + xee
c positron
            edep = edep + ebbhf
            xee = (1. - u)*xeg - ebbhf
            if (xee.gt.ecrit) then
                ne = ne + 1
                ee(ne) = xee
            endif
            if (xee.le.ecrit) edep = edep + xee
c kill the parent photon
            eg(ig) = 0.
12       continue
127      continue

c reshuffle photon array
        if (ngnew.le.0) go to 121
        ng = 0
```

```

do 123 ig=1,ngnew
  if (eg(ig).gt.ecut) then
    ng = ng + 1
    eg(ng) = eg(ig)
    go to 123
  endif
  edep = edep + eg(ig)
123  continue
121  continue

c plot histograms
  call hf1(16,t,edep*100./e0/float(loopmax))

c calculate the energy of profile to fit the histogram
  jt = (it - 1)/50 + 1
  table(jt) = table(jt) + edep*100./e0/float(loopmax)

  if (loop.le.10) call hf1(19+loop,t,edep*100./e0/10.)
  call hf1(12,t,float(ne)/float(loopmax))
  call hf1(13,t,float(ng)/float(loopmax))
  if (ne.le.0) goto 13
  see = 0.
  do 131 ie=1,ne
    see = see + ee(ie)
    call hf1(14,t,see/float(loopmax))
131  continue
13  continue
  if (ng.le.0) goto 14
  seg = 0.
  do 141 ig=1,ng
    seg = seg + eg(ig)
    call hf1(15,t,seg/float(loopmax))
141  continue
14  continue

c calculate the mean value and the Rms of edep
  sedep = sedep + edep
  stedep = stedep + edep*t
  st2edep = st2edep + edep*t**2
1  continue

  call hf1(17,stedep/sedep,1.)
  call hf1(18,sqrt(st2edep*sedep - stedep**2)/sedep,1.)

```

```

        eleft = 0.
c eleft is remaining energy of shower
        do 40 ie=1,nenew
            eleft = eleft + ee(ie)
40      continue
        do 41 ig=1,ngnew
            eleft = eleft + eg(ig)
41      continue
        call hf1(19,(sedep + eleft)/e0,1.)
        call hf1(30,eleft/e0,1.)
100    continue

c histogram of the simulation and of it's fit
    call fitab(table,amin,bmin,fnorm)
    t = -.25
    do 77 i=1,40
        t = t + .5
        call hf1(33,t,table(i))
        call hf1(34,t,fnorm*(bmin*t)**(amin - 1.)*exp(-bmin*t))
77    continue
    stop
    end

c subroutine to fit the histogram by checking the values of a and b
    subroutine fitab(mc,amin,bmin,fnorm)
    real mc(40),fit(40)
    data a0,a1,b0,b1/3.,3.,.3,.5/

c normalization
    smc = 0.
    do 89 i=1,40
        smc = smc + mc(i)
89    continue
    amin = 0.
    bmin = 0.
    fnorm = 0.
    chimin = 100000.
c try to best fit
    do 90 j = 1,10000
        a = a0 + a1*rand()
        b = b0 + b1*rand()
        chi2 = 0.

```

```

t = -.25
sfit = 0.
do 91 i=1,40
  t = t + .5
  u = b*t
  fit(i) = u**(a - 1)*exp(-u)
  sfit = sfit + fit(i)
91  continue
do 92 i=1,40
  chi2 = chi2 + (mc(i) - smc*fit(i)/sfit)**2
92  continue
  if (chi2.gt.chimin) go to 90
  chimin = chi2
  amin = a
  bmin = b
  fnorm = smc/sfit
90  continue
print *,chimin,chi2,amin,bmin,fnorm
return
end

```

## **Appendice B.**

Code Fortran du programme utilisé pour calculer la perte d'énergie par la formule de Bethe-Bloch [1].

```

function bb(bega,em)
  parameter (ak=0.307,za=0.5,z=7.)
  real m

  m=(z/za)*940.
  gamma =sqrt(1.+bega**2)
  beta = bega/gamma
  aI = 16.*z**0.9/1000000.
  Tmax = 2.*em*(bega**2)/(1.+2.*gamma*em/m+(em/m)**2)
  bb = ak*za*(1./beta)**2.*(0.5*aI*log(2.*em*bega**2*Tmax/(aI**2))-
beta**2)
  return
end
program Main
  dimension tablex(300),tabley(300)

```

```

    real mmu,me
    data mmu,me/106.,.511/
    call hlimap(20000,"TRIAL")
    call hbook1(12,"bethebloch",100.,-1.,4.,0.)
    call hbook1(13,"bethebloch",100.,-1.,4.,0.)
        call hbook1(14,"bragg curve",300.,0.,30.,0.)
        call hbook1(15,"range curve",140.,0.4,1.8,0.)
    bg=.1/1.06
    do 1 i=1,100
        bg=bg*10.**0.05
        call hf1(12,alog10(bg),bb(bg,me))
        call hf1(13,alog10(bg),bb(bg,mmu))
1        continue
        p=25.
        e=sqrt(p**2+mmu**2)
        x=30.05
        do 2 i=1,300
            bega=p/mmu
            de=bb(bega,mmu)*.1
c particle has beta gamma=bege and range 30.-x
            tablex(i)=bega
            tabley(i)=(30.-x)/mmu
            x=x-.1
            call hf1(14,x,de/.1)
            print *,x,p,e,de
            e=e+de
            p=sqrt(e**2-mmu**2)
2        continue
            do 3 i=1,200
                bega=float(i)/100.+0.005
                do 4 j=1,299
                    if (bega.lt.tablex(j).or.bega.ge.tablex(j+1)) go to 4
                    y=tabley(j)+(bega-tablex(j))*
1                (tabley(j+1)-tabley(j))/(tablex(j+1)-tablex(j))
                    call hf1(15,bega,y)
4                continue

3            continue
        stop
    end

```

**Appendice C.**

Code Fortran du programme utilisé pour calculer les probabilités obtenues par les équations [3] et [6].

```
function brem(x)
  brem = 4./3. - 4.*x/3.+x**2
  return
end
function pair(x)
  pair = 1. - 4.*x*(1. - x)/3.
  return
end
program main
  call hlimap(20000,"PROB")
  call hbook1(11,"Probability for Bremsstrahlung",100.,0.,1.,0.)
  call hbook1(13,"Probability for Pair creation",100.,0.,1.,0.)
  do 1 i=1,1000000
    x = rand()
    call hf1(11,x,brem(x))
    call hf1(13,x,pair(x))
1    continue
    print *, rand()
  stop
end
```

## REFERENCES

[1] Toutes les références des formules concernant le passage des particules à travers la matière sont prises de *Particle data group*, S. Eidelman *et al.*, Phys. Lett. **592B** (2004) 1.

<http://pdg.lbl.gov/index.html>

[2] J.W. Cronin, Rev. Mod. Phys. **71** (1999) 165.

M. Nagano and A.A. Watson, Rev. Mod. Phys. **72** (2000) 689.

*The Pierre Auger Project Design Report*, The Auger Collaboration, 2nd Edition, Fermi Laboratory, November 1996, Revised March 1997.

<http://www.auger.org/admin/DesignReport/index.html>

[3] Claus Grupen, *Particle Detectors* (Cambridge University Press, 1996).

[4] W.R.Nelson, H.Hirayama, et D.W.O. Rogers, "*The EGS4 Code. System*", SLAC-265, Stanford Linear Accelerator Center (Dec. 1985).